

**ZAKRES WIADOMOŚCI I UMIEJĘTNOŚCI
WYMAGANY NA POSZCZEGÓLNYCH ETAPACH
KONKURSU PRZEDMIOTOWEGO
Z MATEMATYKI**

dla uczniów IV-VIII szkół podstawowych w roku szkolnym 2022/2023

**Zakres wiadomości i umiejętności wymagany na poszczególnych etapach konkursu
ETAP SZKOLNY**

1. Liczby naturalne.

Uczeń:

- 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- 3) porównuje liczby naturalne;
- 4) zaokrągla liczby naturalne;
- 5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim;
- 6) wykonuje w pamięci i sposobem pisemnym cztery podstawowe działania na liczbach naturalnych;
- 7) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
- 8) stosuje wygodne dla niego sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
- 9) porównuje różnicowo i ilorazowo liczby naturalne;
- 10) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 100;
- 11) rozpoznaje liczbę pierwszą i złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także, gdy na istnienie dzielnika wskazuje poznana cecha podzielności;
- 12) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- 13) oblicza potęgi liczb naturalnych o wykładnikach naturalnych;
- 14) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 15) szacuje wyniki działań;
- 16) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze;
- 17) znajduje największy wspólny dzielnik oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki;

- 18) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciiany, liczby pierwsze, liczby złożone;
- 19) odpowiada na pytania dotyczące liczebności różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000);
- 20) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;
- 21) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisuje liczbę a w postaci: $a = b \cdot q + r$.

2. Liczby całkowite.

Uczeń:

- 1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
- 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;
- 3) oblicza wartość bezwzględną;
- 4) porównuje liczby całkowite;
- 5) wykonuje działania na liczbach całkowitych;
- 6) oblicza potęgi liczb całkowitych o wykładnikach naturalnych;
- 7) porównuje potęgi liczb całkowitych o wykładnikach naturalnych.

3. Liczby wymierne.

Uczeń:

- 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- 2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek;
- 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- 4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika lub wspólnego licznika;
- 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej i odwrotnie;
- 6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- 7) zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
- 8) zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego;

- 9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą;
- 10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach, których nie można rozszerzyć do 10, 100, 1000 itd. w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego z użyciem trzech kropek po ostatniej cyfrze i używając zapisu okresowego;
- 11) zaokrągla ułamki dziesiętne;
- 12) porównuje ułamki zwykłe i dziesiętne (dodatnie i ujemne) oraz ułamki okresowe;
- 13) porządkuje liczby w kolejności rosnącej i malejącej;
- 14) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka);
- 15) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby;
- 16) podaje przykłady liczb leżących na osi pomiędzy danymi liczbami wymiernymi;
- 17) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe, dziesiętne i liczby mieszane;
- 18) porównuje różnicowo i ilorazowo ułamki;
- 19) oblicza ułamek danej liczby wymiernej;
- 20) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
- 21) oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 22) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii;
- 23) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych;
- 24) szacuje wyniki działań.

4. Potęgi o podstawach wymiernych.

Uczeń:

- 1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;
- 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;
- 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;

- 4) podnosi potęgę do potęgi;
- 5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdy $1 \leq a \leq 10$, k jest liczbą całkowitą.

5. Pierwiastki.

Uczeń:

- 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;
- 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;
- 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą a taką, że: $a \leq \sqrt{137} < a + 1$;
- 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;
- 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

6. Obliczenia procentowe.

Uczeń:

- 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;
- 2) oblicza liczbę a równą p procent danej liczby b ;
- 3) oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a ;
- 4) oblicza liczbę b , której p procent jest równe a ;
- 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

7. Wyrażenia algebraiczne.

Uczeń:

- 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, zamienia wzór na formę słowną;
- 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym;
- 3) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażenia algebraicznego jednej

lub kilku zmiennych;

- 4) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 5) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 6) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych;
- 7) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne;
- 8) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych;
- 9) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;
- 10) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.

8. Równania z jedną niewiadomą.

Uczeń:

- 1) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego);
- 2) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą;
- 3) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
- 4) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych prowadzą się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 5) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;
- 6) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych i fizycznych.

9. Figury płaskie.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe;
- 3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych;
- 4) mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 mm;

- 5) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;
- 6) wie, że aby znaleźć odległość punktu od prostej, należy znaleźć długość odpowiedniego odcinka prostopadłego;
- 7) wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek;
- 8) mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia;
- 9) rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni;
- 10) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 11) porównuje kąty;
- 12) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności;
- 13) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;
- 14) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);
- 15) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne, stosuje w zadaniach ich własności;
- 16) konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta;
- 17) stosuje twierdzenie o sumie miar kątów trójkąta;
- 18) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów;
- 19) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);
- 20) zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość;
- 21) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;
- 22) rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez i deltoid;
- 23) zna i stosuje najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu i deltoidu;
- 24) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- 25) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów;
- 26) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu i deltoidu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi

- wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm;
- 27) stosuje i zamienia jednostki pola: m^2 , cm^2 , km^2 , mm^2 , dm^2 , ar, hektar;
- 28) zna pojęcie wielokąta foremnego;
- 29) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów;
- 30) wskazuje na rysunku, a także rysuje cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu.

10. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.

Uczeń:

- 1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak $x \geq 1,5$ lub taki jak $x < -\frac{4}{7}$;
- 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;
- 3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku).

11. Bryły.

Uczeń:

- 1) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościanny i sześcianny i uzasadnia swój wybór;
- 2) rysuje siatki prostopadłościannów;
- 3) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościannu;
- 4) stosuje i zamienia jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, dm^3 , m^3 , cm^3 , mm^3 .

12. Obliczenia praktyczne.

Uczeń:

- 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, a 1% – jako setną część danej wielkości liczbowej;
- 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%;
- 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach,

- latach;
- 5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
 - 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr;
 - 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona;
 - 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
 - 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.

13. Elementy statystyki opisowej.

Uczeń:

- 1) gromadzi i porządkuje dane;
- 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach;
- 3) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;
- 4) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
- 5) oblicza średnią arytmetyczną liczb.

14. Zadania tekstowe.

Uczeń:

- 1) czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
- 2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;
- 4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- 6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania;

- 7) układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązującym zadaniu.

15. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

Uczeń:

- 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;
- 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościanową lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

ETAP REJONOWY - obowiązują wiadomości i umiejętności ujęte w etapie szkolnym oraz następujące treści:

1. Długość okręgu i pole koła.

Uczeń:

- 1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
- 2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;
- 3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
- 4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;
- 5) oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień;
- 6) stosuje w zadaniach wzór na długość okręgu i pole koła;
- 7) stosuje w zadaniach własności stycznej i siecznej do okręgu.

2. Symetrie.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje figury symetryczne względem prostej oraz względem punktu;
- 2) wykorzystuje w zadaniach własności figur w symetrii osiowej i środkowej;
- 3) wykorzystuje w zadaniach własności współrzędnych punktów w symetrii względem osi oraz początku układu współrzędnych;
- 4) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 5) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej

kąta;

- 6) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;
- 7) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

3. Figury płaskie.

Uczeń:

- 1) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa;
- 2) przeprowadza proste dowody geometryczne.

4. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie.

Uczeń:

- 1) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;
- 2) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;
- 3) dla danych punktów kratowych A i B znajduje inne punkty kratowe należące do prostej AB .

ETAP WOJEWÓDZKI – obowiązują wiadomości i umiejętności ujęte w etapie szkolnym i rejonowym oraz następujące treści:

1. Proporcjonalność prosta.

Uczeń:

- 1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;
- 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej;
- 3) stosuje podział proporcjonalny.

2. Bryły.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;

- 2) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
- 3) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi;
- 4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe;
- 5) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.

3. Zaawansowane metody zliczania

Uczeń:

- 1) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;
- 2) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków.

4. Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa.

- 1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;
- 2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania jak w przykładzie: *Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 7 losujemy bez zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na wylosowanych kulach będzie parzysta.*;
- 3) rysuje drzewko danego doświadczenia i wykorzystuje je do obliczenia prawdopodobieństwa określonych zdarzeń.

V. LITERATURA

1. Podręczniki do matematyki dopuszczone przez MEN do użytku szkolnego, przeznaczone do kształcenia ogólnego, uwzględniające aktualną podstawę programową kształcenia ogólnego w szkole podstawowej oraz zbiory zadań
2. M. Świst, B. Zielińska, Zbiór zadań z arytmetyki dla szkoły podstawowej. WSiP 1994
3. M. Świst, B. Zielińska, Zbiór zadań z algebry dla szkoły podstawowej. WSiP 1994
4. M. Rosół, E. Wilińska, Konkursy matematyczne dla szkoły podstawowej. Aksjomat – Toruń 2013
5. Z. Bobiński, P. Nodzyński, M. Uski, Koło matematyczne w szkole podstawowej. Aksjomat – Toruń 2008
6. Dariusz Kulma, Kwadratolandia. Matematyczne wyzwania, Elitmat 2009
7. Dariusz Kulma, Kwadratolandia, Matematyczne przygody, Elitmat 2008 K. Dworecka, Z. Kochanowski, Konkursy matematyczne wybór zadań, WSiP 1987

8. H. Pawłowski, Olimpiady i konkursy matematyczne, Zadania dla uczniów szkół podstawowych i gimnazjów, Tutor 2017
9. U.Andrzejewska, K.Ślusarska, 200 zadań i łamigłówek matematycznych, Korepetytor 1999