Uwaga. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie metodą inną niż podana w schemacie rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.

Zadanie 1 (za 8 punktów)			**Liczba punktów**	**Punkty za:**
Niech s oznacza wartość skarbu. Obliczenia i wyniki można opisać w tabeli:				
Opis	Obliczenia	Wynik		
Gaduła dostał:	$20\%s = 0{,}2s$	$0{,}2s$	1	Poprawna metoda wyznaczenia opisanej wartości
Zostało:	$80\%s = 0{,}8s$	$0{,}8s$	1	Poprawna metoda wyznaczenia opisanej wartości
Jednooki dostał:	$30\%\ z\ 0{,}8s = 0{,}3 \cdot 0{,}8s = 0{,}24s$	$0{,}24s$	1	Poprawna metoda wyznaczenia opisanej wartości
Zostało:	$0{,}8s - 0{,}24s = 0{,}56s$	$0{,}56s$	1	Poprawna metoda wyznaczenia opisanej wartości
Odważny dostał:	40% z $0{,}56s = 0{,}4 \cdot 0{,}56s = 0{,}224s$	0,224s	1	Poprawna metoda wyznaczenia opisanej wartości
Zostało:	$0{,}56s - 0{,}224s = 0{,}336s$	$0{,}336s$	1	Poprawna metoda wyznaczenia opisanej wartości
Kapitan zabrał:	$0{,}336s = 33{,}6\%s$	33,6%s	1	Poprawna metoda wyznaczenia opisanej wartości
Odpowiedź: Kapitan zabrał 33,6% wartości skarbu.			1	Bezbłędny wynik

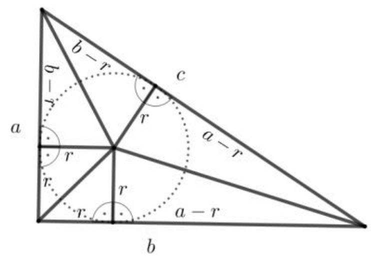
Uwaga. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie metodą inną niż podana w schemacie rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.

Zadanie 2 (za 8 punktów)	**Liczba punktów**	**Punkty za**
Niech n oznacza liczbę pracowników dodatkowo zatrudnionych.		
Pracę planowano na 26 dni, ale wykonano ją 4 dni przed terminem. $$26-4=22$$ Wynika stąd, że czas jaki przepracowali pracownicy zatrudnieni od początku jest równy 22 dni.	1	Obliczenie faktycznego czasu pracy pracowników zatrudnionych od początku.
Pracownicy zatrudnieni dodatkowo pracowali o 6 dni krócej niż pracownicy zatrudnieni od początku. $$22-6=16$$ Zatem czas jaki przepracowali pracownicy zatrudnieni dodatkowo jest równy 16 dni.	1	Obliczenie faktycznego czasu pracy pracowników zatrudnionych dodatkowo.
Z planowanego na początku czasu pracy wynika, że 28 pracowników wykonałoby pracę w ciągu 26 dni, zatem 1 pracownik wykonałby tę pracę w czasie 28 razy dłuższym. $$26\cdot 28=728$$ Stąd jeden pracownik wykonałby tę pracę w ciągu 728 dni.		
W ciągu 1 dnia jeden pracownik wykonałby zatem $\frac{1}{728}$ tej pracy.		
Część pracy jaką wykona w ciągu 22 dni 28 pracowników jest równa: $$22\cdot 28\cdot \frac{1}{728}=\frac{11}{13}.$$		
Część pracy jaką wykona w ciągu 16 dni n pracowników jest równa: $$16\cdot n\cdot \frac{1}{728}=16\cdot n\cdot \frac{1}{26\cdot 28}=\frac{2n}{91}.$$		
Pracownicy zatrudnieni od początku i zatrudnieni dodatkowo wykonali całą pracę, więc $$\frac{11}{13}+\frac{2n}{91}=1.$$	3	Ułożenie równania prowadzącego do wyznaczenia liczby pracowników dodatkowo zatrudnionych.
$$\frac{2n}{91}=1-\frac{11}{13}$$ $$\frac{2n}{91}=\frac{2}{13}$$	1	Poprawna metoda rozwiązania równania.
$$n=7$$	1	Bezbłędne rozwiązanie równania.
Odpowiedź: Do pracy zatrudniono dodatkowo 7 robotników.	1	Poprawna interpretacja uzyskanych wyników.

Uwaga. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie metodą inną niż podana w schemacie rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.

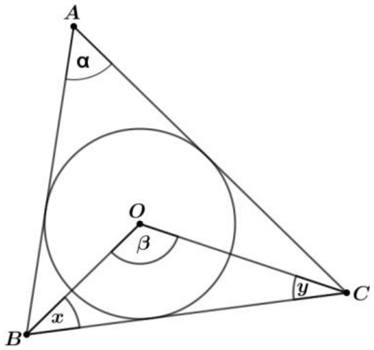
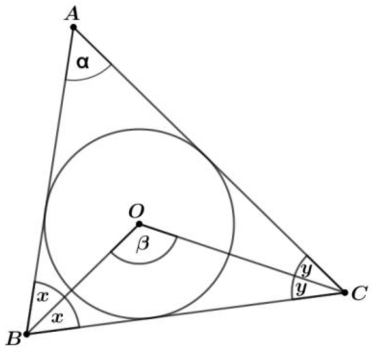
Zadanie 3 (za 8 punktów)	**Liczba punktów**	**Punkty za**
Niech t oznacza czas (w minutach), w którym Franek przebiegł trasę F.	1	Oznaczenie i opisanie czasu jednego z zawodników jako niewiadomej.
Franek pokonał swoją trasę o jedną minutę szybciej niż Grzegorz, więc Grzegorz przebiegł trasę w czasie $t+1$ minut.	1	Opisanie zależności między czasem przebiegu trasy Franka i Grzegorza.
Henryk przebiegł swoją trasę w czasie o 2 minuty krótszym niż Franek, więc Henryk przebiegł swoja trasę w czasie $t-2$ minut.	1	Opisanie zależności między czasem przebiegu trasy Franka i Henryka.
Franek uzyskał tyle samo punktów co Grzegorz, więc $$f(t)=g(t+1)\,.$$ To znaczy $$500-50t=400-25(t+1).$$	2	Zapisanie w postaci równania informacji, że Grzegorz i Franek uzyskali tyle samo punktów.
$$500-50t=400-25t-25$$ $$500-25t=375$$ $$-25t=-125$$ $$t=5$$	1	Poprawna metoda rozwiązania równania i poprawna metoda wyznaczenia czasu przebiegu trasy przez Franka.
$$t-2=3$$ Henryk przebiegł swoją trasę w czasie 3 minut, więc liczba punktów, które uzyskał jest równa: $$h(3)=300-15\cdot 3$$ $$h(3)=300-45$$ $$h(3)=255$$	1	Poprawna metoda wyznaczenia liczby punktów uzyskanych przez Henryka.
Odpowiedź: (a) Franek przebiegł swoją trasę w czasie 5 minut. (b) Henryk zdobył 255 punktów.	1	Bezbłędne wyznaczenie czasu przebiegu trasy Franka i liczby punktów uzyskanych przez Henryka.

Uwaga. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie metodą inną niż podana w schemacie rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.

<table>
<tr><th>Zadanie 4 (za 8 punktów)</th><th>Liczba punktów</th><th>Punkty za:</th></tr>
<tr><td>Niech a oznacza liczbę całkowitą wyrażającą niewiadomą długość drugiej przyprostokątnej w centymetrach.
Niech c oznacza liczbę całkowitą wyrażającą długość przeciwprostokątnej w centymetrach.
Z twierdzenia Pitagorasa wynika, że
$$c^2 - a^2 = 11^2.$$
Stąd
$$(c-a)(c+a) = 11^2.$$</td><td>1</td><td>Poprawne zapisanie równania wyrażającego zależność między długościami boków danego trójkąta.</td></tr>
<tr><td>Liczba 11 jest liczbą pierwszą, więc liczbę 11^2 można przedstawić w postaci iloczynu dwóch liczb całkowitych dodatnich tylko na dwa sposoby: $11 \cdot 11 = 11^2$ lub $1 \cdot 121 = 11^2$. Pierwszą możliwość musimy odrzucić bo czynniki $c-a$ i $c+a$ nie mogą być równe.
Zatem pozostaje jedyna możliwość
$$\begin{cases} c+a = 121 \\ c-a = 1 \end{cases}.$$</td><td>2</td><td>Zapisanie układu równań prowadzącego do wyznaczenia niewiadomych długości boków trójkąta.</td></tr>
<tr><td>Po dodaniu stronami obu równań otrzymujemy:
$$2c = 122$$
$$c = 61$$</td><td>1</td><td>Poprawne metoda wyznaczenia długości przeciwprostokątnej danego trójkąta.</td></tr>
<tr><td>Podstawiając $c = 61$ do równania $c + a = 121$ otrzymujemy:
$$61 + a = 121$$
$$a = 60$$</td><td>1</td><td>Poprawna metoda wyznaczenia długości drugiej przyprostokątnej danego trójkąta.</td></tr>
<tr><td>Niech r oznacza promień okręgu wpisanego w dany trójkąt.
Niech P oznacza pole danego trójkąta.
Niech L oznacza obwód danego trójkąta.


Wówczas
$$P = \frac{1}{2} \cdot r \cdot L \quad \text{i} \quad P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$
Zatem
$$\frac{1}{2} \cdot r \cdot (11 + 60 + 61) = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 60$$
$$r \cdot 132 = 660$$
$$r = 5$$
Długość r promienia można też policzyć z zależności $2r = a + b - c$, gdzie a, b są długościami przyprostokątnych i c jest długością przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego: $2r = 60 + 11 - 61$.</td><td>2</td><td>Poprawna metoda wyznaczenia promienia okręgu wpisanego w dany trójkąt.</td></tr>
<tr><td>Odpowiedź: Promień okręgu wpisanego w dany trójkąt ma długość 5 cm.</td><td>1</td><td>Bezbłędny wynik.</td></tr>
</table>

Uwaga. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie metodą inną niż podana w schemacie rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.

Zadanie 5. (za 8 punktów)	**Liczba punktów**	**Punkty za:**
Niech β oznacza miarę kąta BOC. Niech x oznacza miarę kąta CBO. Niech y oznacza miarę kąta OCB. 	1	Wprowadzenie oznaczeń dla miar odpowiednich kątów.
Środek okręgu wpisanego w trójkąt jest punktem przecięcia się dwusiecznych kątów wewnętrznych trójkąta, więc odcinki BO i CO leżą na dwusiecznych odpowiednich kątów. Wynika stąd, że miary kątów OBA oraz ACO są odpowiednio równe x oraz y. 	**2**	Zaznaczenie kątów o równych miarach.
Stosując twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych w trójkącie dla trójkąta ABC otrzymujemy równanie: $2x + 2y + \alpha = 180°$ $2x + 2y = 180° - \alpha$ $x + y = 90° - \frac{\alpha}{2}$	**1**	Zapisanie zależności między miarami kątów w trójkącie ABC.
Stosując twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych w trójkącie dla trójkąta OBC otrzymujemy równanie: $\beta + x + y = 180°$	1	Zapisanie zależności między miarami kątów w trójkącie OBC.
Stąd: $\beta + 90° - \frac{\alpha}{2} = 180°$ $\beta = 90° + \frac{\alpha}{2}$	2	Wyznaczenie miary kąta BOC w zależności od α.
Oznacza to, że miara kąta BOC jest równa $90° + \frac{\alpha}{2}$, co należało udowodnić.	1	Poprawny komentarz kończący dowód.