Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z matematyki
dla uczniów szkół podstawowych województwa kujawsko - pomorskiego

Etap szkolny 17.11.2017

Kartoteka arkusza zadań
oraz przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji rozwiązań

Ustalenia dotyczące punktowania zadań otwartych:

1. Jeśli uczeń przedstawił **obok prawidłowej metody błędną** i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to rozwiązanie traktujemy jako błędne.

2. Jeśli uczeń przedstawił **dwie poprawne metody rozwiązania**, z których jedna zawiera błędy rachunkowe i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to punktujemy drogę, która nie zawiera błędów rachunkowych.

3. Poprzez określenie „obliczył prawidłowo" rozumiemy, że uczeń zastosował prawidłową metodę i nie popełnił błędów rachunkowych.

Za rozwiązanie zadania 1 przyznajemy maksymalnie 2 punkty.

Za rozwiązanie zadania 2 przyznajemy maksymalnie 3 punkty.

Za rozwiązanie każdego z zadań: 3, 4 i 5 przyznajemy maksymalnie 5 punktów.

Wymagamy od ucznia zapisania rozwiązania oraz zapisania lub wskazania (np. przez podkreślenie) odpowiedzi.

Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą niż została zaproponowana w *Przykładowych rozwiązaniach,* to na przewodniczącym Szkolnej Komisji Konkursowej spoczywa obowiązek rozstrzygnięcia poprawności zaprezentowanej metody.

Kartoteka arkusza zadań

<table>
<tr><td rowspan="3">Numer zadania</td><td rowspan="3">Sprawdzana czynność

Uczeń:</td><td colspan="2">Zgodność z podstawą programową kształcenia ogólnego z dnia 14 lutego 2017 r.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Wymagania</td></tr>
<tr><td>ogólne</td><td>szczegółowe</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Oś liczbowa. Układ współrzędnych. Uczeń:
- znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne całkowite oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.</td><td>III.1</td><td>X.4
klasy VII-VIII</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
- wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych.

Obliczenia praktyczne. Uczeń:
- wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach i tygodniach.</td><td>II.1</td><td>II.4
klasy IV-VI

XII.4
klasy IV-VI</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Obliczenia procentowe. Uczeń:
- oblicza liczbę a równą p procent liczby b;
- oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a.

Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:
- oblicza ułamek danej liczby całkowitej;
- wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne.

Zadania tekstowe. Uczeń:
- wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania.</td><td>III.2</td><td>V.2
V.3
klasy VII-VIII

V.5
V.3
klasy IV-VI

XIV.2
klasy IV-VI</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:
- mnoży i dzieli ułamki dziesiętne.

Zadania tekstowe. Uczeń:
- czyta za zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe;
- dostrzega zależności między podanymi informacjami.

lub
Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:
- rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedna niewiadomą.</td><td>IV.2</td><td>V.2
klasy IV-VI

XIV.1
klasy IV-VI
XIV.3
klasy IV-VI

VI.3
klasy VII i VIII</td></tr>
</table>

5	**Wielokąty, koła, okręgi.** *Uczeń:* - stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta. **Obliczenia w geometrii.** *Uczeń:* - oblicza pola: prostokąta, trapezu w sytuacjach praktycznych. **Zadania tekstowe.** *Uczeń:* - dostrzega zależności między podanymi informacjami; - dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania; - do rozwiązania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznana wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.	IV.3	IX.3 *klasy IV-VI* XI.2 *klasy IV-VI* XIV.3 *klasy IV-VI* XIV.4 *klasy IV-VI* XIV.5 *klasy IV-VI*

Przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji zadań

Zadanie 1. (0 - 2)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania jedną trudność:

1. Obliczenie współrzędnej drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.

<table>
<tr><td colspan="2">Przykładowe rozwiązania</td></tr>
<tr><td><u>Metoda 1</u>
▪ Punkt E o współrzędnej e = 1 jest środkiem odcinka CB, gdzie C ma współrzędną c = -4, a punkt B ma współrzędną równą b.
Zatem (-4 + b) : 2 = 1, czyli b = 6.
▪ Punkt D o współrzędnej d = -6 jest środkiem odcinka AB, gdzie A ma współrzędną a, natomiast punkt B ma współrzędną równą b = 6.
Stąd (a + 6) : 2 = -6, czyli a = -18.</td><td><u>Metoda 2</u>
▪ Uczeń może rozwiązać zadanie przy pomocy osi liczbowej nie wykonując obliczeń.
▪ Rozwiązanie powinno zawierać narysowaną przez ucznia oś liczbową z prawidłowo zaznaczonymi punktami.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Odpowiedź: Wartość liczby a jest równa -18.</td></tr>
</table>

Punktacja

Punkty	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał treści zadania. *lub* Uczeń rozwiązuje zadanie popełniając liczne błędy rachunkowe.
1	Uczeń poprawnie oblicza tylko wartość liczby *b*. *lub* Uczeń zauważa, że punkt *E* o współrzędnej *e* jest środkiem odcinka *CB*, ale popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu wartości *b* i z konsekwencją tego błędu oblicza wartość liczby *a*. *lub* Uczeń poprawnie wyznacza wartość liczby *b*, ale popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu wartości liczby *a*.
2	Uczeń poprawnie oblicza wartość liczby *a*.

Zadanie 2. (0 - 3)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania trzy trudności:

1. Obliczenie liczby dni, które upłynęły między dwoma wydarzeniami.
2. Obliczenie liczby tygodni, które upłynęły między dwoma wydarzeniami.
3. Ustalenie dnia tygodnia, w którym odbyło się drugie wydarzenie.

<table>
<tr><td colspan="2">Przykładowe rozwiązania</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kasia ukończyła 18 lat 27 października 2017 roku.</td></tr>
<tr><td><u>Metoda 1</u>
▪ Od 27.10.2012 r. do 27 października 2017 r. upłynęło:
(5 · 365 + 1) dni = 1826 dni,
gdyż 2016 r. był rokiem przestępnym.</td><td><u>Metoda 2</u>
▪ Obliczenie liczby dni:
od 27.10.2012 do 31.12.2012 – 65 dni
2013 rok – 365 dni
2014 rok – 365 dni
2015 rok – 365 dni
2016 rok – 366 dni
od 1.01.2017 do 27.10.2017 – 300 dni
łącznie: 1826 dni.</td></tr>
<tr><td colspan="2">▪ 1826 : 7= 260 · 7 + 6, czyli w danym okresie upłynęło 260 tygodni i 6 dni
▪ Kasia ukończyła 18 lat w piątek.</td></tr>
</table>

Metoda 3
365 dni = 7 · 52 tygodnie + 1 dzień 27.10.2012 – sobota 27.10.2013 – niedziela 27.10.2014 – poniedziałek 27.10.2015 – wtorek 27.10.2016 – czwartek, bo 2016 r. to rok przestępny: 366 dni = 7 · 52 tygodnie + 2 dni 27.10.2017 – piątek
Odpowiedź: Kasia ukończyła 18 lat w piątek.

Punktacja

Punkty	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał treści zadania. *lub* Uczeń rozwiązuje zadanie popełniając liczne błędy rachunkowe. *lub* Uczeń podaje odpowiedź bez wykonywania obliczeń.
1	Uczeń poprawnie oblicza tylko liczbę dni, które upłynęły między dwoma wydarzeniami. *lub* Uczeń poprawnie oblicza liczbę dni, które upłynęły między dwoma wydarzeniami, ale popełnia błąd w obliczeniu liczby tygodni. Nie ustala dnia tygodnia, w którym Kasia ukończyła 18 lat lub ustala ten dzień błędnie. *lub* Uczeń błędnie oblicza liczbę dni i z konsekwencją tego błędu oblicza liczbę tygodni, która jest poprawna do jego obliczeń, ale nie ustala dnia tygodnia, w którym Kasia ukończyła 18 lat.
2	Uczeń poprawnie oblicza liczbę dni i tygodni, ale nie ustala dnia tygodnia, w którym Kasia ukończyła 18 lat lub ustala ten dzień błędnie.
3	Uczeń poprawnie ustala dzień tygodnia, w którym Kasia ukończyła 18 lat.

Zadanie 3. (0 - 5)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania cztery trudności:

1. Obliczenie procentu danej liczby.
2. Obliczenie ułamka danej liczby.
3. Obliczenie, jaką część uczniów startujących w I etapie konkursu stanowią uczniowie, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu.
4. Zamianę ułamka na procent.

<table>
<tr><td colspan="2">Przykładowe rozwiązania</td></tr>
<tr><td><u>Metoda 1</u>
▪ Obliczenie liczby uczniów, którzy przystąpili do I etapu konkursu:
40% liczby 1500 = 0,4 · 1500 = 600.
▪ Obliczenie liczby uczniów, którzy przystąpili do II etapu konkursu:
0,35 · 600 = 210.
▪ Obliczenie liczby uczniów, którzy zakwalifikowali się do III etapu:
$\frac{3}{7} \cdot 210 = 90$.</td>
<td><u>Metoda 2</u>
▪ Obliczenie, jaka część uczniów zakwalifikowała się do III etapu konkursu:
$\frac{3}{7} \cdot 0{,}35 \cdot 40\% = \frac{3}{50} = 0{,}06$.
▪ Obliczenie liczby uczniów, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu:
0,06 · 1500 = 90.</td></tr>
<tr><td colspan="2">▪ Obliczenie, jakim procentem uczniów startujących w I etapie konkursu są uczniowie, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu:
$\frac{90}{600} \cdot 100\% = \frac{3}{20} \cdot 100\% = 0{,}15 \cdot 100\% = 15\%$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Odpowiedź: Do III etapu konkursu zakwalifikowało się 15% tych uczniów, którzy startowali w I etapie konkursu.</td></tr>
</table>

Punktacja

Punkty	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał treści zadania. *lub* Uczeń rozwiązuje zadanie popełniając liczne błędy rachunkowe. *lub* Uczeń podaje odpowiedź bez wykonywania obliczeń.
1	Uczeń poprawnie oblicza liczbę uczniów, którzy przystąpili do I etapu konkursu, czyli 40% liczby 1500, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia liczby uczniów, którzy zakwalifikowali się do II etapu, ale w obliczeniach popełnia błąd rachunkowy i nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń poprawnie układa wyrażenie arytmetyczne, które pozwala obliczyć, jaka część uczniów zakwalifikowała się do III etapu, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna.
2	Uczeń poprawnie oblicza liczbę uczniów, którzy zakwalifikowali się do II etapu i nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń poprawnie oblicza jaka część uczniów zakwalifikowała się do III etapu konkursu, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu liczby uczniów, którzy przystąpili do I etapu konkursu, albo przy obliczeniu liczby uczniów, którzy zakwalifikowali się do II etapu konkursu popełnia błąd rachunkowy i z konsekwencją tego błędu oblicza liczbę uczniów, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu i nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna.
3	Uczeń poprawnie oblicza liczbę uczniów, którzy zakwalifikowali się do III etapu, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna.

4	Uczeń poprawnie oblicza, jaką częścią uczniów startujących w I etapie konkursu są uczniowie, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu, ale nie podaje wyniku w procentach. *lub* Uczeń oblicza, jaką częścią uczniów startujących w I etapie konkursu są ci uczniowie, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu, ale popełnia błąd rachunkowy przy skracaniu ułamka i konsekwentnie do popełnionego błędu prowadzi dalsze (poprawne) obliczenia. *lub* Uczeń oblicza, jaką częścią uczniów startujących w I etapie konkursu są ci uczniowie, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu, ale popełnia błąd przy zamianie ułamka na procent. *lub* Uczeń popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu liczby uczniów, którzy przystąpili do I etapu konkursu, albo przy obliczeniu liczby uczniów, którzy zakwalifikowali się do II etapu konkursu, albo przy obliczeniu liczby uczniów, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu, albo przy obliczeniu, jaką częścią uczniów startujących w I etapie są uczniowie, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu, ale konsekwentnie do popełnionego błędu prowadzi dalsze (poprawne) obliczenia.
5	Uczeń poprawnie oblicza, jaki procent uczniów startujących w I etapie konkursu stanowią ci uczniowie, którzy zakwalifikowali się do III etapu konkursu.

Zadanie 4. (0-5)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania cztery trudności:

1. Obliczenie ceny jednego zeszytu.
2. Obliczenie kwoty, którą Ala przeznaczyła na zakup zeszytów.
3. Obliczenie kosztu zakupu 12 zeszytów.
4. Obliczenie brakującej kwoty na zakup 12 zeszytów.

Przykładowe rozwiązania	
<u>Metoda 1</u> ▪ Jeżeli do zakupu 10 zeszytów brakuje 4,20 zł, a po kupnie 5 zeszytów zostaje 4,20 zł, to oznacza, że 5 zeszytów kosztuje 8,40 zł. ▪ Cena jednego zeszytu: 8,40 zł : 5 = 1,68 zł.	**<u>Metoda 2</u>** ▪ x – cena jednego zeszytu $10x - 4{,}20 = 5x + 4{,}20$ $x = 1{,}68$ Cena jednego zeszytu jest równa 1,68 zł.
▪ Kwota przeznaczona na zakup zeszytów: $5 \cdot 1{,}68$ zł + 4,20 zł = 12,60 zł. ▪ Koszt zakupu 12 zeszytów: $12 \cdot 1{,}68$ zł = 20,16 zł. ▪ Brakująca kwota na zakup 12 zeszytów: 20,16 zł – 12,60 zł = 7,56 zł.	
Odpowiedź: Ali, na zakup 12 zeszytów, brakuje 7,56 zł.	

Uwaga: Wystarczy, że uczeń obliczy łączną cenę dwóch zeszytów: $\frac{2}{5} \cdot 8{,}40$ zł i doda tę kwotę do 4,20 zł – bo tyle brakuje Ali do kupna 12 zeszytów.

Punktacja

Punkty	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał treści zadania. *lub* Uczeń rozwiązuje zadanie popełniając liczne błędy rachunkowe. *lub* Uczeń podaje odpowiedź bez wykonywania obliczeń.

1	Uczeń zauważa, że 5 zeszytów kosztuje 8,40 zł, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia ceny jednego zeszytu, ale popełnia błąd rachunkowy i nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna *lub* Uczeń układa poprawne równanie do treści zadania, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna.
2	Uczeń poprawnie oblicza tylko cenę jednego zeszytu, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń poprawnie ułożone równanie rozwiązuje prawidłowo, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna.
3	Uczeń poprawnie oblicza kwotę, którą Ala zaplanowała wydać na zakup zeszytów, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu ceny zeszytu, albo kwoty przeznaczonej przez Alę na zakup zeszytów i konsekwentnie do tego błędu oblicza koszt zakupu 12 zeszytów, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń prawidłowo wyznacza brakującą kwotę na zakup zeszytów metodą prób i błędów, podejmuje **minimum** trzy próby podania rozwiązania oraz **uzasadnia swój wybór i sprawdza** dla podanych liczb warunki zadania.
4	Uczeń poprawnie oblicza koszt zakupu 12 zeszytów, ale dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu brakującej kwoty na zakup 12 zeszytów, a wcześniejsze obliczenia wykonał poprawnie. *lub* Uczeń popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu ceny zeszytu, albo kwoty przeznaczonej na zakup zeszytów, albo kosztu zakupu 12 zeszytów, ale z konsekwencją tego błędu poprawnie oblicza brakującą kwotę na zakup 12 zeszytów.
5	Uczeń poprawnie oblicza kwotę brakująca na zakup 12 zeszytów.

Zadanie 5. (0 - 5)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania cztery trudności:

1. Zauważenie, że po narysowaniu wysokości trapezu z wierzchołka kąta rozwartego powstaje trójkąt prostokątny równoramienny.
2. Obliczenie długości wysokości trapezu.
3. Ustalenie sposobu obliczenia pola czworokąta.
4. Obliczenie pola czworokąta.

<table>
<tr><td colspan="2">Przykładowe rozwiązania</td></tr>
<tr><td colspan="2">▪ Po narysowaniu wysokości trapezu z wierzchołka kąta rozwartego powstaje trójkąt prostokątny równoramienny.
▪ Długość wysokości trapezu jest różnicą długości jego podstaw: 10,5 cm – 6,5 cm = 4 cm.</td></tr>
<tr><td><u>Metoda 1</u>
▪ Pole trapezu:
P = (10,5 cm + 6,5 cm) · 4 cm : 2 = 34 cm^2.
▪ Pole czworokąta jest równe:
4 · 34 cm^2 = 136 cm^2.</td><td><u>Metoda 2</u>
▪ Czworokąt jest prostokątem, którego boki mają długości: 6,5 cm + 10,5 cm = 17 cm oraz 2 · 4 cm = 8 cm.
▪ Pole prostokąta =17 cm · 8 cm = 136 cm^2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Odpowiedź: Pole czworokąta jest równe 136 cm^2.</td></tr>
</table>

Punktacja

Punkty	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał treści zadania. *lub* Uczeń rozwiązuje zadanie popełniając liczne błędy rachunkowe. *lub* Uczeń podaje odpowiedź bez wykonywania obliczeń.
1	Uczeń zauważa, że po narysowaniu wysokości trapezu z wierzchołka kąta rozwartego powstaje trójkąt prostokątny równoramienny, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń wie jak obliczyć długość wysokości trapezu, ale popełnia błąd rachunkowy przy jej obliczeniu. Uczeń nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń oblicza długość tylko jednego z boków czworokąta.
2	Uczeń poprawnie oblicza długość wysokości trapezu i nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń oblicza długość jednego z boków czworokąta i zauważa, że po narysowaniu wysokości trapezu z wierzchołka kąta rozwartego powstaje trójkąt prostokątny równoramienny, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna.
3	Uczeń poprawnie oblicza wysokość trapezu i wie jak obliczyć jego pole czworokąta, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń poprawnie oblicza wysokość trapezu i długość tylko jednego z boków trapezu, ale nie wykonuje dalszych obliczeń lub dalsza metoda jest błędna. *lub* Uczeń popełnia błędy rachunkowe (co najwyżej dwa) przy obliczaniu długości obu boków prostokąta, ale z konsekwencją tych błędów poprawnie oblicza pole prostokąta.
4	Uczeń poprawnie oblicza pole trapezu, ale popełnia błąd przy obliczeniu pola czworokąta. *lub* Uczeń popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu długości wysokości, albo pola trapezu i konsekwentnie do popełnionego błędu prowadzi dalsze (poprawne) obliczenia. *lub* Uczeń poprawnie oblicza długości boków prostokąta, ale popełnia błąd przy obliczeniu jego pola. *lub* Uczeń popełnia błąd rachunkowy przy obliczeniu długości jednego z boków prostokąta i konsekwentnie do popełnionego błędu poprawnie oblicza pole prostokąta.
5	Uczeń poprawnie oblicza pole czworokąta.