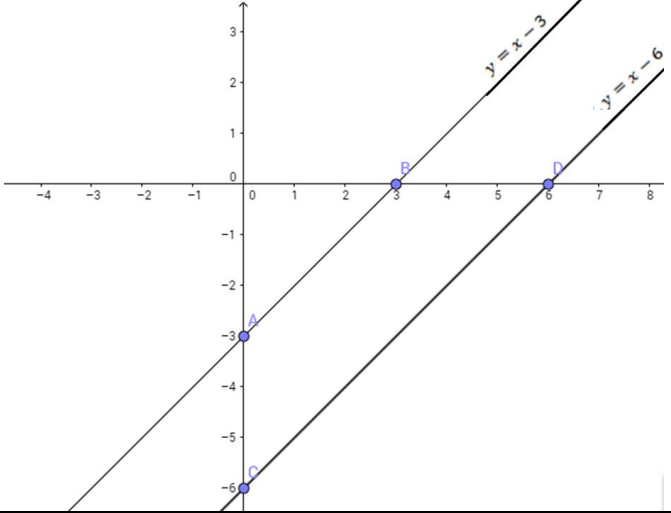


Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa  
kujawsko-pomorskiego

Etap rejonowy – 3.12.2016 r.

Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami

*Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie  
rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów*

Zadanie 1.	Liczba punktów	Punkty za
	2	Sporządzenie poprawnych wykresów funkcji w układzie współrzędnych – po 1 punkcie za każdą prostą
<p>Wyznaczamy cztery wierzchołki figury, Współrzędne wierzchołka A <math display="block">\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 0 \end{cases}</math>Współrzędne wierzchołka B <math display="block">\begin{cases} y = x - 3 \\ x = 0 \end{cases}</math>Współrzędne wierzchołka C <math display="block">\begin{cases} y = x - 6 \\ x = 0 \end{cases}</math>Współrzędne wierzchołka D <math display="block">\begin{cases} y = x - 6 \\ y = 0 \end{cases}</math><b>Lub:</b> <math>A = (0, -3), B = (3, 0), C = (0, -6), D = (6, 0)</math></p>	2	Wyliczenie współrzędnych wierzchołków figury: 1 pkt. za metodę (również graficzną lub inną), 1 pkt. za bezbłędne wyznaczenie wszystkich punktów <b>Lub:</b> Odczytanie współrzędnych wierzchołków figury z poprawnie sporządzonego wykresu <b>Lub:</b> Uwzględnienie współrzędnych wierzchołków figury, wyliczonych już przy kreśleniu funkcji jako punktów przecięcia prostych z osiami współrzędnych

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa kujawsko-pomorskiego

Etap rejonowy – 3.12.2016 r.

Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami

Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów

	<p>1</p>	<p>Zaznaczenie czworokąta w układzie współrzędnych – za pomocą punktów, zaznaczenia obwodu, zakreslenia powierzchni trapezu lub sformułowanie słowne</p>
<p>Pole trapezu można obliczyć obliczając różnicę pól trójkątów, gdzie <math>O=(0,0)</math></p> $P = P_{\Delta OCD} - P_{\Delta OAB}$ $P = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3$ <p><b>Lub</b></p> <p>Pole trapezu można obliczyć ze wzoru</p> $P = \frac{ AB  +  CD }{2} \cdot h$ <p>obliczając długości podstaw <math> AB </math> i <math> CD </math> oraz obliczając wysokość trapezu <math>h</math></p> $ AB  = 3\sqrt{2}$ $ CD  = 6\sqrt{2}$ $h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$	<p>2</p>	<p>Poprawna metoda obliczenia pola trapezu oraz podstawienie do wzorów na pole trójkąta</p> <p><b>Lub</b></p> <p>Poprawna metoda obliczenia pola trapezu oraz podstawienie do wzoru na pole trapezu (uznajemy obliczenie <math> AB </math> i <math> CD </math> oraz <math>h</math> różnymi sposobami, np. z pola trójkąta, stosując twierdzenie Pitagorasa, wykorzystując wzór na przekątną kwadratu)</p> <p><u>Uwaga:</u> Jeśli uczeń popełni na tym etapie błąd rachunkowy nadal otrzymuje 2 punkty, nie otrzymuje punktu za ostatni etap -bezbłędne obliczenie pola trapezu</p>
<p><math>P = 13,5</math></p>	<p>1</p>	<p>Bezbłędne obliczenie pola trapezu</p>
<p><u>Uwaga:</u> Jeżeli uczeń popełni błędy i w wyniku przekształceń uzyska inny czworokąt niż wynikający z warunków zadania, ale poprawnie oblicza pole wyznaczonego przez siebie czworokąta, wówczas może otrzymać maksymalnie 4 punkty.</p>		

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa  
kujawsko-pomorskiego

Etap rejonowy – 3.12.2016 r.

Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami

*Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie  
rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów*

Zadanie 2.	Liczba punktów	Punkty za
<p><math>x</math> czas pokonania drogi ze średnią prędkością 50 km/h <b>Lub:</b> <math>x</math> czas pokonania drogi ze średnią prędkością 75 km/h <b>Lub:</b> <math>x</math> właściwy/faktyczny czas pokonania drogi z A do B, żeby przybyć punktualnie do miasta B</p>		Wprowadzenie i opisanie niewiadomych.
<p><math>x - 3</math> czas na pokonanie drogi ze średnią prędkością 75 km/h <b>Lub:</b> <math>x + 3</math> czas na pokonanie drogi ze średnią prędkością 50 km/h <b>Lub:</b> <math>x + 1</math> czas na pokonanie drogi ze średnią prędkością 50 km/h <math>x - 2</math> czas na pokonanie drogi ze średnią prędkością 75 km/h</p>	1	Zapisanie czasu w zależności od ustalenia niewiadomej $x$
<p><math>x \cdot 50</math> <math>(x - 3) \cdot 75</math> <b>Lub:</b> <math>x \cdot 50 = s</math> <math>(x - 3) \cdot 75 = s</math></p>	1	Zapisanie zależności wyznaczającej drogę (przynajmniej w jednym przypadku)-stosownie do przyjętych niewiadomych <b>Lub</b> Zapisanie co najmniej jednej równości z wykorzystaniem wzoru na drogę [stosownie do przyjętej interpretacji zmiennej $x$ ]
<p><math>50x = (x - 3) \cdot 75</math> <b>Lub:</b> <math display="block">\begin{cases} x \cdot 50 = s \\ (x - 3) \cdot 75 = s \end{cases}</math></p>	1	Poprawne zapisanie równania - stosownie do przyjętych niewiadomych <b>Lub</b> poprawne zapisanie układu równań [stosownie do przyjętej interpretacji zmiennej $x$ ]
<p><math>x = 9</math> <math>x - 1</math> właściwy czas podróży <math>9 - 1 = 8</math> (h)</p>	2	Rozwiązanie równania lub układu równań. Bezbłędne obliczenie czasu przejazdu przy danej prędkości i właściwego/faktycznego czasu jazdy, aby zdążyć do miasta B [stosownie do przyjętej interpretacji zmiennej $x$ ]

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa  
kujawsko-pomorskiego

Etap rejonowy – 3.12.2016 r.

Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami

*Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie  
rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów*

$s = 450 \text{ km}$	1	Poprawne obliczenie długości drogi z A do B
$v = 56,25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	1	Poprawne obliczenie średniej prędkości
Oczekiwana godzina przyjazdu autobusu to godzina 16.00 (lub 4.00 po południu).	1	Wyznaczenie właściwej godziny przyjazdu autobusu do miasta B

Zadanie 2. (kolejna metoda)	Liczba punktów	Punkty za
$x$ droga z miasta A do miasta B $t = \frac{s}{v}$ $t$ właściwy czas przyjazdu autobusu z miasta A do miasta B		Wprowadzenie i opisanie niewiadomych.
$\frac{x}{50} = t + 1$ $\frac{x}{75} = t - 2$	2	Zapisanie zależności wyznaczającej czas od drogi (za każdą zależność po 1 punkcie)
$\begin{cases} \frac{x}{50} = t + 1 \\ \frac{x}{75} = t - 2 \end{cases}$ <b>Lub:</b> $\frac{x}{50} - 1 = \frac{x}{75} + 2$	1	Poprawne zapisanie układu równań <b>Lub</b> Poprawne zapisanie równania
$x = 450(\text{km})$	2	Poprawne obliczenie długości drogi z miasta A do miasta B z rozwiązania równania lub układu równań
$t = 8(\text{h})$	1	Poprawne obliczenie właściwego czasu
$v = 56,25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	1	Poprawne obliczenie średniej prędkości
Oczekiwana godzina przyjazdu autobusu to godzina 16.00 (lub 4.00 po południu).	1	Wyznaczenie właściwej godziny przyjazdu autobusu do miasta B

**Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa  
kujawsko-pomorskiego**

**Etap rejonowy – 3.12.2016 r.**

**Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami**

*Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie  
rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów*

Zadanie 3.	Liczba punktów	Punkty za
<p>30 zł cena biletu przed obniżką  <math>x</math> liczba słuchaczy na koncercie z biletem w cenie 30 zł  <math>y</math> cena biletu po obniżce ceny biletów  <b>Lub:</b>                      30 zł cena biletu przed obniżką  <math>x</math> liczba słuchaczy na koncercie z biletem w cenie 30 zł  <math>y</math> kwota, o jaką obniżono cenę biletu na drugi koncert</p>		<p>Wprowadzenie i opisanie niewiadomych.                      Uczeń nie musi zapisywać dodatkowych warunków dla <math>x</math> i <math>y</math> (zakładamy, że intuicyjnie rozumie że są to wielkości większe od zera)</p>
<p>Dochód ze sprzedaży biletów na pierwszym koncercie:</p> <p style="text-align: center;"><math>30x</math></p>	<b>1</b>	Zapisanie zależności między ceną biletu a liczbą słuchaczy przed obniżką, opisującej dochód z pierwszego koncertu
<p>Liczba słuchaczy na drugim koncercie po obniżce:</p> $60\%x + x = 1,6x$	<b>1</b>	Zapisanie zależności między ceną biletu a liczbą słuchaczy po obniżce
<p>dochód ze sprzedaży biletów po obniżce:</p> $\frac{1}{5} \cdot 30x + 30x = 1,2 \cdot 30x$	<b>1</b>	Zapisanie zależności opisującej dochód ze sprzedaży biletów po obniżce w zależności od ceny przed obniżką
<p>dochód ze sprzedaży biletów po obniżce</p> $1,6xy$ <b>Lub:</b> $(30 - y)1,6x$	<b>1</b>	Zapisanie zależności opisującej dochód ze sprzedaży biletów po obniżce w zależności od ceny po obniżce
<p style="text-align: center;"><math>1,6xy = 1,2 \cdot 30x</math></p> <b>Lub:</b> <p style="text-align: center;"><math>(30 - y)1,6x = 1,2 \cdot 30x</math></p>	<b>1</b>	Poprawne zapisanie równania
<p style="text-align: center;"><math>1,6xy = 36x</math>  <math>y = \frac{36x}{1,6x}</math>  <math>y = 22,5</math> (zł)</p> <b>Lub:</b> <p style="text-align: center;"><math>48x - 1,6xy = 36x</math>  <math>y = 7,5</math> (zł)</p>	<b>1</b>	<p>Bez błędne obliczenie ceny biletu po obniżce  <b>Lub:</b>                      Bez błędne obliczenie kwoty, o jaką obniżono cenę</p>

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa  
kujawsko-pomorskiego

Etap rejonowy – 3.12.2016 r.

Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami

*Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie  
rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów*

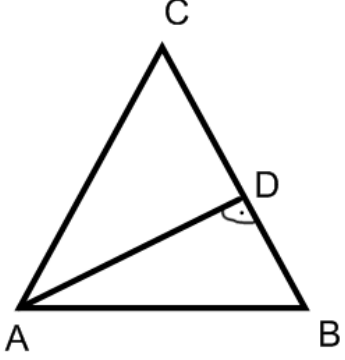
$30 - 22,5 = 7,5$ $\frac{7,5}{30} \cdot 100\% = 25\%$	<b>1</b>	Obliczenie jaki % stanowiła obniżka.
<i>Odpowiedź:</i> Cena biletu po obniżce wynosi 22,50zł. Cenę biletu obniżono o 25%	<b>1</b>	Podanie odpowiedzi
<b>Uwagi:</b> <ol style="list-style-type: none"><li>Jeżeli uczeń przyjmie w rozwiązaniu konkretną wartość dla liczby słuchaczy i przeprowadza dalsze rozwiązanie zadania, otrzymuje maksymalnie 6 punktów.</li><li>Jeżeli uczeń przyjmie w rozwiązaniu konkretną wartość dla liczby słuchaczy i jednocześnie zauważy (np. opis słowny), że liczba słuchaczy nie wpływa na rozwiązanie zadania, następnie przeprowadza dalsze rozwiązanie zadania, otrzymuje maksymalną liczbę punktów (8 punktów).</li></ol>		

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa  
kujawsko-pomorskiego

Etap rejonowy – 3.12.2016 r.

Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami

*Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie  
rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów*

Zadanie 4.	Liczba punktów	Punkty za
	1	Sporządzenie rysunku pomocniczego
$\Delta ABD$ i $\Delta ACB$ są prostokątne.	1	Zauważenie że trójkąt został podzielony na dwa trójkąty prostokątne poprzez zapis symboliczny, zapis słowny lub uzasadnienie na zastosowanie twierdzenia Pitagorasa
Stosując Twierdzenie Pitagorasa w $\Delta ABD$ : $ AB ^2 =  BD ^2 +  AD ^2$ Stosując Twierdzenie Pitagorasa w $\Delta ACD$ : $ AC ^2 =  CD ^2 +  AD ^2$	2	Poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa dla $\Delta ABD$ i dla $\Delta ACD$
Stąd $ BD ^2 =  AB ^2 -  AD ^2$ oraz $ CD ^2 =  AC ^2 -  AD ^2$ <b>Lub</b> oraz $ AD ^2 =  AB ^2 -  BD ^2$ $ AD ^2 =  AC ^2 -  CD ^2$	2	Poprawne wyznaczenie kwadratów długości odpowiednich boków <b>Lub:</b> Poprawne wyznaczenie kwadratu długości wysokości $AD$ w $\Delta ABD$ i w $\Delta ACD$

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa  
kujawsko-pomorskiego

Etap rejonowy – 3.12.2016 r.

Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami

*Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie  
rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów*

<p>Zatem</p> $L =  BD ^2 -  CD ^2 =  AB ^2 -  AD ^2 - ( AC ^2 -  AD ^2)$ $=  AB ^2 -  AC ^2 = P$ <p><b>Lub:</b></p> $ AD ^2 =  AD ^2$ <p>oraz</p> $ AB ^2 -  BD ^2 =  AC ^2 -  CD ^2$ <p>stąd</p> $ BD ^2 -  CD ^2 =  AB ^2 -  AC ^2$	<b>2</b>	<p>Poprawne przeprowadzenie rozumowania- przejście od lewej równości do prawej strony</p> <p><b>Lub:</b> Poprawne przeprowadzenie rozumowania-wykorzystanie przekształcenia tożsamościowego, np. dla wysokości</p>
---	----------	--

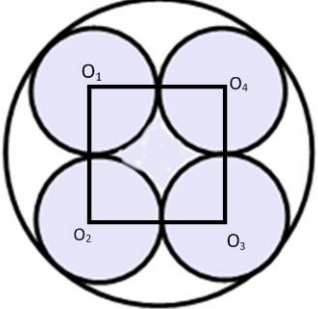


Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki dla uczniów gimnazjów województwa  
kujawsko-pomorskiego

Etap rejonowy – 3.12.2016 r.

Klucz odpowiedzi z rozwiązaniami

Uwaga: Jeżeli uczeń poprawnie rozwiąże zadanie inną metodą niż podana w schemacie  
rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów

Zadanie 5.	Liczba punktów	Punkty za
 <p style="text-align: center;"><math> O_1O_2  = 2</math></p>	<b>1</b>	Zauważenie, że środki małych kół są wierzchołkami kwadratu o boku $2a$
<p>Niech <math>D</math> oznacza średnicę dużego koła:</p> $D = 1 +  O_1O_3  + 1$	<b>1</b>	Poprawna metoda wyznaczenia długości średnicy
<p>Obliczamy długość <math> O_1O_3 </math>, jako przekątną kwadratu <math>O_1O_2O_3O_4</math></p> $ O_1O_3  = 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$	<b>1</b>	Obliczenie długości $ O_1O_3 $
$D = 2 + 2\sqrt{2}$	<b>1</b>	Bezbłędne obliczenie średnicy $D$
<p><math>P = 4 \cdot \frac{3}{4} P_o + P_k</math></p> <p>gdzie: <math>P_o</math> to pole małego koła <math>P_k</math> to pole kwadratu</p> <p><b>Lub</b></p> $P = 4 \cdot P_o + P_f$ $P_f = P_k - 4 \cdot \frac{1}{4} P_o = P_k - P_o$ <p>gdzie: <math>P_o</math> to pole małego koła <math>P_k</math> to pole kwadratu <math>P_f</math> to pole figury w kwadracie ograniczonej czterema ćwiartkami pól małego koła</p>	<b>1</b>	Poprawny sposób obliczenia zacieniowanej figury
<p><b>Lub</b></p> $P = 4 \cdot \frac{3}{4} \pi \cdot 1^2 + 2^2$ $P_f = 4 - \pi$ $P = 4 \cdot \pi + 4 - \pi$	<b>2</b>	Poprawne zastosowanie wzorów na pole koła i pole kwadratu
$P = 3\pi + 4$	<b>1</b>	Bezbłędne obliczenie pola zacieniowanej figury