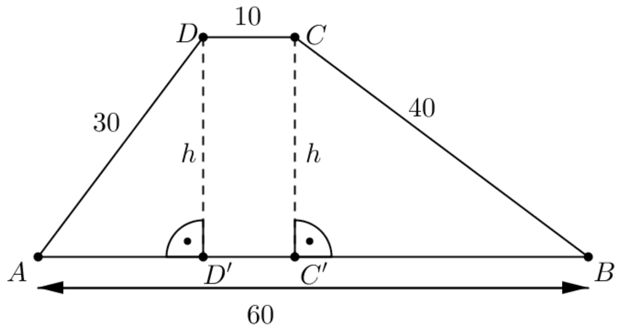
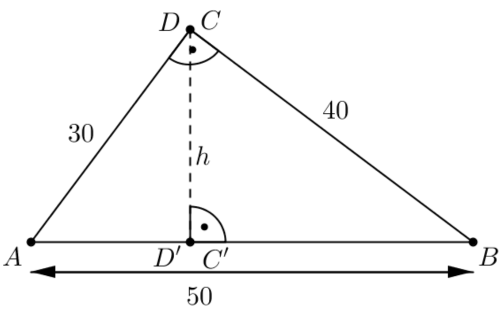
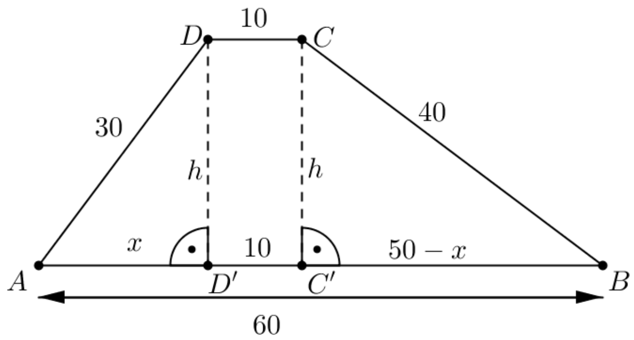
Uwaga. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie metodą inną niż podana w schemacie rozwiązania otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.

Zadanie 1 (za 8 punktów)	**Liczba punktów**	**Punkty za:**
Niech d oznacza ile dni Maciek rozwiązywał zadania. Niech a oznacza liczbę zadań z algebry . Niech g oznacza liczbę zadań z geometrii .		Wprowadzenie oznaczeń i opis niewiadomych.
Maciek każdego dnia oprócz ostatniego rozwiązywał 4 zadania z algebry, wiec: $$a = 4(d-1)$$	1	Zapisanie zależności między liczbą dni, a liczbą zadań z algebry.
Maciek każdego dnia rozwiązywał 3 zadania z geometrii, więc: $$g = 3d.$$	1	Zapisanie zależności między liczbą dni, a liczbą zadań z geometrii.
Wiemy, że: $$\frac{a}{g} = \frac{14}{11}$$	1	Zapisanie równania wyrażającego stosunek liczby zadań z algebry do liczby zadań z geometrii.
Wobec tego: $$\frac{4(d-1)}{3d} = \frac{14}{11}$$	1	Zapisanie równania z jedną z wprowadzonych niewiadomych.
Możemy teraz wyznaczyć liczbę dni: $$44(d-1) = 42d$$ $$44d - 44 = 42d$$ $$2d = 44$$ $$d = 22$$	1	Poprawne wyznaczenie liczby dni.
Wyznaczamy liczbę zadań z algebry: $$a = 4 \cdot (d-1)$$ $$a = 4 \cdot (22-1)$$ $$a = 4 \cdot 21$$ $$a = 84$$	1	Poprawne wyznaczenie liczby zadań z algebry.
Wyznaczamy liczbę zadań z geometrii: $$g = 3d$$ $$g = 3 \cdot 22$$ $$g = 66$$	1	Poprawne wyznaczenie liczby zadań z geometrii.
Odpowiedź: Rozwiązanie wszystkich zadań zajęło Maćkowi 22 dni. Zadań z algebry było 84, a z geometrii 66.	1	Bezbłędne wyznaczenie wszystkich niewiadomych.

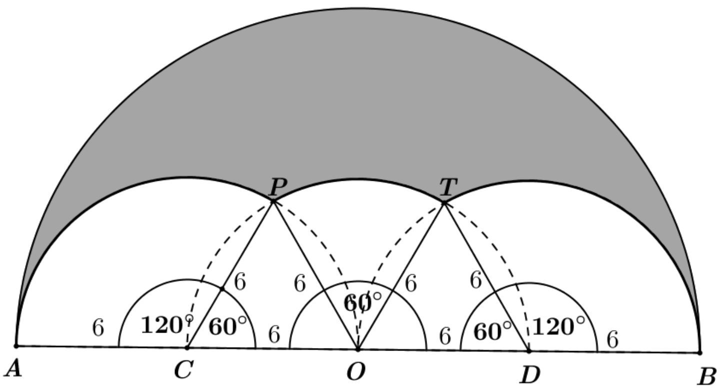
Zadanie 2 (za 8 punktów) **I sposób**	**Liczba punktów**	**Punkty za**
Wprowadźmy oznaczenia jak na rysunku.  Aby wyznaczyć jego pole należy najpierw obliczyć wysokość h trapezu.	1	Wykonanie rysunku oznaczeniami.
Gdybyśmy z trapezu $ABCD$ wycięli prostokąt $D'C'CD$ i połączyli trójkąty $AD'D$ i $C'BC$ wzdłuż wysokości, to otrzymalibyśmy trójkąt o bokach 30, 40 i 50 czyli trójkąt prostokątny gdyż kwadrat najdłuższego boku jest równy sumie kwadratów dwóch boków krótszych: $50^2 = 40^2 + 30^2$.  	1	Zauważenie, że z trójkątów $AD'D$ i $C'BC$ można złożyć trójkąt prostokątny.
Pole P_Δ tak otrzymanego trójkąta możemy obliczyć przyjmując za podstawę jedną z przyprostokątnych i wtedy wysokością jest druga z tych przyprostokątnych, zatem suma pól trójkątów $AD'D$ i $C'BC$ wynosi: $P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 40$ $P_\Delta = 600$	1	Obliczenie sumy pól trójkątów $AD'D$ i $C'BC$.
Z drugiej strony: $P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot h$ $P_\Delta = 25 \cdot h$ Z równości pól otrzymujemy, że: $25 \cdot h = 600$	1	Poprawna metoda wyznaczenia wysokości trapezu.
i stąd: $h = 24$	1	Bezbłędne obliczenie wysokości trapezu
Możemy teraz obliczyć pole trapezu: $P = \frac{(60+10) \cdot 24}{2}$ $P = 840$	1	Poprawna metoda wyznaczenia pola trapezu.
Odpowiedź: Pole trapezu jest równe 840 cm^2.	1	Bezbłędne obliczenie pola trapezu.

Zadanie 2 (za 8 punktów) **II sposób**	**Liczba punktów**	**Punkty za**
	1	Wykonanie rysunku z oznaczeniami.
Stosując twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta prostokątnego $AD'D$ otrzymujemy, że: $$h^2 = 30^2 - x^2$$ Stosując twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta prostokątnego $C'BC$ otrzymujemy, że: $$h^2 = 40^2 - (50 - x)^2$$	1	Zauważenie zależności między wysokością trapezu, a odpowiednimi odcinkami dłuższej podstawy.
Wobec tego: $$40^2 - (50 - x)^2 = 30^2 - x^2$$	1	Poprawna metoda wyznaczenia długości odpowiedniego odcinka podstawy.
$$1600 - 2500 + 100x - x^2 = 900 - x^2$$ $$100x = 1800$$ $$x = 18$$	1	Bezbłędne wyznaczenie długości odcinka podstawy.
Wysokość trapez jest zatem równa: $$h^2 = 30^2 - x^2$$ $$h^2 = 30^2 - 18^2$$ $$h^2 = 900 - 324$$ $$h^2 = 576$$	1	Poprawna metoda wyznaczania wysokości trapezu.
$$h = 24$$	1	Bezbłędne wyznaczenie wysokości trapezu.
Możemy teraz policzyć pole trapezu: $$P = \frac{(60 + 10) \cdot 24}{2}$$	1	Poprawna metoda wyznaczenia
Odpowiedź: Pole trapezu wynosi $840\ \text{cm}^2$.	1	Bezbłędne wyliczenie pola trapezu.

Zadanie 3 (za 8 punktów) I sposób	**Liczba punktów**	**Punkty za**
Niech x oznacza roczny dochód podatnika za poprzedni rok w złotych. Roczny dochód podatnika musiał być większy niż 28000 zł bo zapłacił więcej niż p% rocznego dochodu i nadwyżka z tego dochodu wynosi $(x-28000)zł$.	1	Wprowadzenie i opis niewiadomych.
Podatek w wysokości p% od kwoty 28000 zł jest równy: $\frac{p}{100}\cdot 28000$ zł.	1	Opisanie w postaci wyrażenia algebraicznego wielkości podatku od kwoty 2800zł.
Podatek w wysokości (p + 2)% od nadwyżki jest równy: $\frac{p+2}{100}\cdot(x-28000)$ zł.	1	Opisanie w postaci wyrażenia algebraicznego wielkości podatku od nadwyżki.
Całkowita kwota podatku zgodnie z przepisami powinna więc wynosić: $\frac{p}{100}\cdot 28000+\frac{p+2}{100}\cdot(x-28000)$ zł.	1	Opisanie w postaci wyrażenia algebraicznego wielkości podatku zgodnie i przepisami.
Wiemy, że podatnik zapłacił (p + 0,25)% rocznego dochodu, tzn. $\frac{p+0{,}25}{100}\cdot x$ zł.	1	Opisanie w postaci wyrażenia algebraicznego wielkości zapłaconego podatku.
Wynika stąd, że: $\frac{p}{100}\cdot 28000+\frac{p+2}{100}\cdot(x-28000)=\frac{p+0{,}25}{100}\cdot x$	1	Ułożenie równania wyrażającego równość między wielkością podatku zgodnie z przepisami, a ostateczną wielkością zapłaconego podatku.
$p\cdot 28000+(p+2)\cdot(x-28000)=(p+0.25)\cdot x$ $28000p+px-28000p+2x-56000=px+0{,}25x$ $1{,}75x=56000$ $x=56000:1{,}75$ $x=32000$	1	Poprawna metoda rozwiązania równania.
Odpowiedź: Roczny dochód pana Karola w poprzednim roku wynosił 32000zł.	1	Bezbłędne obliczenie dochodu.

Zadanie 4 (za 8 punktów)	**Liczba punktów**	**Punkty za:**
Niech d oznacza długość pociągu w metrach. Niech v oznacza prędkość pociągu w metrach na sekundę.	1	Wprowadzenie i opis niewiadomych wraz z ustaleniem jednostek.
Aby minąć stojącego człowieka pociąg musi pokonać drogę d równą długości pociągu. Pociąg pokonuje tę drogę w czasie 4 sekund z prędkością v, więc: $$d = 4v$$	2	Zapisanie zależności między długością pociągu a czasem i prędkością jej mijania przez pociąg stojącej osoby.
Aby minąć stację pociąg musi pokonać drogę równą sumie długości stacji 90 m i długości d pociągu. Pociąg pokonuje tę drogę w czasie 10 sekund z prędkością v, więc: $$d + 90 = 10v$$	1	Zapisanie zależności między długością stacji, a czasem i prędkością jej mijania stacji przez pociąg.
Mamy więc układ równań: $$\begin{cases} d + 90 = 10v \\ d = 4v \end{cases}$$ $$\begin{cases} 4v + 90 = 10v \\ d = 4v \end{cases}$$ $$\begin{cases} 6v = 90 \\ d = 4v \end{cases}$$ $$\begin{cases} v = 15 \\ d = 60 \end{cases}$$	2	Poprawna metoda wyznaczania długości pociągu i jego prędkości.
Zatem długość pociągu jest równa 60 m.	1	Bezbłędne wyznaczenie długości pociągu.
Prędkość pociągu wynosi 15 metrów na sekundę.	1	Bezbłedne wyznaczenie prędkości pociągu w dowolnej jednostce.
Należy jeszcze wyrazić prędkość w kilometrach na sekundę: $$v = \frac{15\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{3600 \cdot 0{,}015\ \mathrm{km}}{3600\ \mathrm{s}} = \frac{54\ \mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$	1	Bezbłędne wyznaczenie prędkości pociągu kilometrach na godzinę jednostce.
Odpowiedź: Pociąg ma długość 60 metrów i pociąg jedzie z prędkością 54 km/h.		

Zadanie 5. (8 punktów)

<table>
<tr><th>Zadanie 5. (za 8 punktów)</th><th>Liczba punktów</th><th>Punkty za:</th></tr>
<tr><td>Odcinek AB ma długość 24 cm, więc odcinki AC, CO, OD i DO są długości 6 cm.
Ponadto odcinki CP, OP, OT, DT są promieniami mniejszych półokręgów więc także każdy z nich ma długość 6cm.
Zatem trójkąty COP i ODT są równoboczne oraz miary kątów PCA i BDT są równe 120°.

</td><td>1</td><td>Zauważenie, że trójkąty COP i ODT są równoboczne oraz rozpoznanie miar kątów PCA i BDT.</td></tr>
<tr><td>Pole półkola o środku O średnicy AB jest równe: $P_1 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 12^2 = 72\pi$.</td><td>1</td><td>Obliczenie pola półkola o średnicy AB.</td></tr>
<tr><td>Pole wycinka koła o środku C ograniczonego promieniami CA i CP oraz łukiem PA jest równe: $P_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 = 12\pi$.</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">Obliczenie pola wycinka koła CPA lub DBT.</td></tr>
<tr><td>Pole wycinka koła o środku D ograniczonego promieniami DB i DT oraz łukiem BT jest równe tyle samo: $P_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 = 12\pi$.</td></tr>
<tr><td>Pole wycinka koła o środku O ograniczonego promieniami OT i OP oraz łukiem PT jest równe:: $P_3 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 6^2 = 6\pi$.</td><td>1</td><td>Obliczenie pola wycinka koła OTP.</td></tr>
<tr><td>Pole trójkąta równobocznego COP jest równe: $P_4 = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$.</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">Obliczenie pola trójkąta COP lub ODT.</td></tr>
<tr><td>Pole trójkąta równobocznego ODT jest równe tyle samo: $P_4 = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$</td></tr>
<tr><td>Pole zacieniowanej figury jest równe:
$$P = P_1 - (2P_2 + P_3 + 2P_4).$$</td><td>1</td><td>Poprawna metoda wyznaczenia pola figury zacieniowanej.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>$$P = 72\pi - \left(2 \cdot 12\pi + 6\pi + 2 \cdot 9\sqrt{3}\right)$$
$$P = 72\pi - \left(30\pi + 18\sqrt{3}\right)$$
$$P = 42\pi - 18\sqrt{3}$$</td><td rowspan="2">2</td><td>Bezbłędne wyznaczenie pola figury zacieniowanej pod warunkiem zastosowania poprawnej metody.</td></tr>
<tr><td>Odpowiedź: Pole zacieniowanej figury jest równe $\left(42\pi - 18\sqrt{3}\right)$ cm².</td><td>Uwaga:
Za niepodanie jednostki pola w odpowiedzi nie zabieramy punktu.</td></tr>
</table>