Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki

– etap rejonowy

Przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji rozwiązań

Ustalenia do punktowania zadań:

1. Jeśli uczeń przedstawił **obok prawidłowej metody błędną** i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to rozwiązanie traktujemy jako błędne.
2. Jeśli uczeń przedstawił **dwie poprawne metody** rozwiązania, z których jedna zawiera błędy rachunkowe i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to punktujemy drogę, która nie zawiera błędów rachunkowych.
3. Poprzez określenie „obliczył prawidłowo” rozumiemy, że uczeń zastosował prawidłową metodę i nie popełnił błędów rachunkowych.

Za rozwiązanie każdego z zadań przyznajemy maksymalnie 4 punkty.
Wymagamy od ucznia zapisania rozwiązania oraz zapisania lub wskazania, np. przez podkreślenie, odpowiedzi.
Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą, niż zaproponowana w *Propozycjach rozwiązania*, na przewodniczącym komisji spoczywa obowiązek rozstrzygnięcia jej prawidłowości i spójności.

***Zadanie 1** (4 punkty)*

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- **Dobranie odpowiedniej metody rozwiązania zadania.**
- **Wyznaczenie liczb spełniających warunki zadania.**

Propozycje rozwiązania

Propozycja 1

Kolejne wielokrotności liczby 8:
pierwsza liczba $\square$,
druga liczba $\square$ +8,
trzecia liczba $\square$ +16,
czwarta liczba $\square$ +24.
Zatem wartość czterokrotności pierwszej liczby $\square$ jest równa 336 – 8 – 16 – 24 = 288, więc wartość liczby $\square$ jest równa 288 :4 = 72. Stąd szukane liczby to: 72, 80, 88, 96.

Propozycja 2

Wszystkie liczby są wielokrotnościami liczby 8. Suma czterech liczb wynosi 336, zatem ich średnia to 84, przy czym dwie z nich są mniejsze, a dwie większe od średniej. Różnica między liczbami wynosi 8, zatem średnia musi być o 4 i 12 większa od mniejszych, a 4 i 12 mniejsza od liczb większych niż średnia wielokrotności liczby 8. Zatem szukane liczby to iloczyny tych liczb przez 8: 72, 80, 88, 96.

Propozycja 3

Liczby są iloczynami liczby 8 i kolejnych liczb naturalnych; każda liczba jest podzielna przez 8, więc ich suma też jest podzielna przez 8. Stąd 336 : 8 = 42. Iloraz jest sumą czterech kolejnych liczb naturalnych. Są nimi 9, 10, 11, 12. Zatem szukane liczby to iloczyny tych liczb przez 8: 72, 80, 88, 96.

Propozycja 4

Kolejne wielokrotności liczby 8 oznaczamy:
pierwsza liczba x ,
druga liczba x +8,
trzecia liczba x +16,
czwarta liczba x +24.
Suma tych liczb wynosi 336,
więc $x + x + 8 + x + 16 + x + 24 = 336$,

$$4x + 48 = 336$$
$$4x = 336 - 48$$
$$4x = 288$$
$$x = 288 : 4$$
$$x = 72$$

Zatem szukane liczby to: 72, 80, 88, 96.

Podanie odpowiedzi: Numer telefonu Nataszy to 72808896.

Punktacja

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania. lub Uczeń podaje odpowiedź nie uzasadniając jej.
1	Uczeń poprawnie oznacza kolejne liczby używając symbolu (propozycja 1) lub litery (propozycja 4). lub Uczeń zauważa, że suma wielokrotności liczby 8 jest podzielna przez 8 (propozycja 3). lub Uczeń prawidłowo oblicza średnią arytmetyczną wszystkich liczb (propozycja 2).
2	Uczeń poprawnie zapisuje warunek za pomocą symboli (propozycja 1) lub równanie (propozycja 4). lub Uczeń prawidłowo oblicza iloraz sumy wszystkich liczb przez 8 (propozycja 3). lub Uczeń prawidłową metodą wyznacza pierwszą z szukanych liczb (propozycja 1 lub 4) lecz w obliczeniach popełnia błąd rachunkowy.
3	Uczeń poprawnie wyznacza pierwszą z szukanych liczb (propozycja 1 lub 4). lub Uczeń korzystając z własności średniej arytmetycznej prawidłowo wyznacza dwie z czterech szukanych liczb (propozycja 2). lub Uczeń poprawnie wyznacza składniki ilorazu będące kolejnymi liczbami naturalnymi (propozycja 3). lub Uczeń prawidłową metodą wyznacza wszystkie szukane liczby (propozycja 1 lub 4) lecz w obliczeniach popełnia błąd rachunkowy. lub Uczeń w poprawny sposób buduje sekwencję 9- cyfrową z trzech wielokrotności.
4	Uczeń poprawnie wyznacza wszystkie liczby występujące w numerze telefonu Nataszy. lub Uczeń prawidłowo wyznacza sekwencję liczb i poprzedza ją jedną cyfrą uzasadniając, że numer powinien być 9-cyfrowy.

Zadanie 2 ***(4 punkty)***

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności:

- **Wyznaczenie w trójkącie *ABC* miary kąta przy wierzchołku *C*.**
- **Wyznaczenie w trójkącie *ABC* miar kątów przy wierzchołkach *A* i *B*.**

Propozycje rozwiązania:

Propozycja 1
Miara jednego z kątów w trójkącie *ABC* jest dwukrotnie mniejsza od miary drugiego kata. Przyjmijmy oznaczenia: α – miara kąta przy wierzchołku *A*, 2α – miara kąta przy wierzchołku *B*. Ponieważ trójkąt *ADC* jest trójkątem równoramiennym, więc miara kąta przy wierzchołku *C* w tym trójkącie też jest równa α. Trójkąt *CEB* zgodnie z warunkami zadania jest także równoramienny, więc miara kąta przy wierzchołku *C* w tym trójkącie jest równa 2α. Suma miar kątów wewnętrznych w trójkącie jest równa 180˚, więc w trójkącie *ABC* zachodzi warunek $\alpha + \alpha + 2\alpha + 2\alpha + 90^\circ = 180^\circ$, stąd $6\alpha + 90^\circ = 180^\circ$, $6\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 15^\circ$. Zatem w trójkącie *ABC* miara kąta przy wierzchołku *A* wynosi 15˚, a przy wierzchołku *B* wynosi 30˚. Miara kąta *C* w trójkącie *ABC* jest więc równa $180^\circ - 15^\circ - 30^\circ = 135^\circ$.
Propozycja 2
Trójkąt *ADC* jest trójkątem równoramiennym o podstawie *AC*, zatem miary kątów przy wierzchołkach *A* i *C* w tym trójkącie są równe. Oznaczmy je literą α. Trójkąt *EBC* jest trójkątem równoramiennym o podstawie *BC*, zatem miary kątów przy wierzchołkach *B* i *C* w tym trójkącie są równe. Oznaczmy je literą β. Suma miar kątów w trójkącie jest równa 180˚, stąd $\alpha + \alpha + \beta + \beta + 90^\circ = 180^\circ$, więc $2\alpha + 2\beta + 90^\circ = 180^\circ$, czyli $2\alpha + 2\beta = 90^\circ$, stąd $\alpha + \beta = 45^\circ$. Miara kąta przy wierzchołku C w trójkącie ABC jest równa $\alpha + \beta + 90^\circ = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$. Suma miar kątów przy wierzchołkach *A* i *B* jest równa 45˚. Skoro miara jednego z nich jest dwukrotnie mniejsza od miary drugiego kąta, to miara jednego z nich wynosi $45^\circ : 3 = 15^\circ$, a miara drugiego $15^\circ \cdot 2 = 30^\circ$.

Propozycja 3
Trójkąt *ADC* jest trójkątem równoramiennym o podstawie *AC*, zatem miary kątów przy wierzchołkach *A* i *C* w tym trójkącie są równe. Oznaczmy je literą α. Zatem miara kąta przy wierzchołku *D* w tym trójkącie wynosi $180^\circ - 2\alpha$. Trójkąt *EBC* jest trójkątem równoramiennym o podstawie *BC*, zatem miary kątów przy wierzchołkach *B* i *C* w tym trójkącie są równe. Oznaczmy je literą β. Zatem miara kąta przy wierzchołku *E* w tym trójkącie wynosi $180^\circ - 2\beta$. W trójkącie *DEC* miara kąta przy wierzchołku *D* jako przyległego do kąta *CDA* ma miarę $180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$, a miara kąta przy wierzchołku *E* jako przyległego do kąta *CEB* ma miarę $180^\circ - (180^\circ - 2\beta) = 2\beta$ Suma miar kątów w trójkącie jest równa 180°, stąd w trójkącie *DEC* zachodzi warunek $2\alpha + 2\beta + 90^\circ = 180^\circ$, więc $2\alpha + 2\beta = 90^\circ$, czyli $\alpha + \beta = 45^\circ$. Miara kąta przy wierzchołku C w trójkącie *ABC* jest równa $\alpha + \beta + 90^\circ = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$. Suma miar kątów przy wierzchołkach *A* i *B* jest zatem równa $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$. Skoro miara jednego z nich jest dwukrotnie mniejsza od miary drugiego kąta, to miara jednego z nich wynosi $45^\circ : 3 = 15^\circ$, a miara drugiego $15^\circ \cdot 2 = 30^\circ$.
Podanie odpowiedzi: Miary kątów trójkącie *ABC* wynoszą 135°, 15 ° i 30°.

Punktacja

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń sporządza rysunek zgodny z warunkami zadania i oznacza na nim kąty równe w obu trójkątach równoramiennych .
2	Uczeń prawidłowo zapisuje dla trójkąta *ABC* lub *CDE* warunek sumy kątów w trójkącie za pomocą równania i doprowadza je do najprostszej postaci.
3	Uczeń prawidłowo oblicza w trójkącie *ABC* miarę kąta przy wierzchołku *C* i na tym poprzestaje. lub Uczeń prawidłowo oblicza w trójkącie *ABC* miary kątów przy wierzchołkach *A* i *B* i na tym poprzestaje.
4	Uczeń prawidłowo oblicza w trójkącie *ABC* miary kątów przy wierzchołkach *A*, *B* i *C*.

Zadanie 3 (4 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania cztery trudności:

1. **Obliczenie objętości bryły powstałej po wydrążeniu przejścia.**
2. **Obliczenie jaki procent objętości bryły pozostałej po wydrążeniu przejścia stanowi objętość lodu, który został usunięty.**
3. **Obliczenie ile sześcianów otrzymano po rozcięciu bryły.**
4. **Obliczenie jaką wysokość ma bryła powstała z ustawienia na sobie sześcianów.**

Aby pokonać te trudności uczeń musi wykonać następujące czynności:

1. Po ujednoliceniu jednostek obliczamy objętość całej bryły lodu:

   $V_1 = 8\text{ m} \cdot 0{,}5\text{ m} \cdot 4\text{ m} = 16\text{ m}^3$.

   Obliczamy objętość prostopadłościanu stanowiącego przejście:

   $V_2 = 1\text{ m} \cdot 2\text{ m} \cdot 0{,}5\text{ m} = 1\text{ m}^3$.

   Obliczamy objętość bryły pozostałej po wydrążeniu przejścia:

   $V = V_1 - V_2 = 16\text{ m}^3 - 1\text{ m}^3 = 15\text{ m}^3$.
2. Obliczamy jaki procent wydrążonej bryły lodowej stanowi usunięty lód

   $\frac{1}{15} \cdot 100\% = \frac{100}{15}\% = \frac{20}{3}\% = 6\frac{2}{3}\%$.
3. Obliczamy objętość sześcianu $V_{sz} = \frac{1}{2}\text{ m} \cdot \frac{1}{2}\text{ m} \cdot \frac{1}{2}\text{ m} = \frac{1}{8}\text{ m}^3$.

   Obliczamy na ile sześciennych bloków można rozciąć bryłę lodową (uczeń nie musi stwierdzić, że można rozciąć tę bryłę na pewną, całkowitą liczbę sześcianów).

   $V : V_{sz} = 15\text{ m}^3 : \frac{1}{8}\text{ m}^3 = 15 \cdot 8 = 120$.
4. Obliczamy jak wysoka bryła powstanie po ułożeniu sześcianów jeden na drugim

   $120 \cdot \frac{1}{2}\text{ m} = 60\text{ m}$.

Odp: Objętość bryły lodowej po wydrążeniu otworu wynosi 15 m^3. Objętość lodu, który został usunięty stanowi $6\frac{2}{3}$ % objętości bryły pozostałej po wydrążeniu przejścia. Powstałą bryłę można rozciąć na 120 sześcianów. Po ułożeniu sześcianów jeden na drugim powstanie bryła o wysokości 60 m.

Punktacja

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń prawidłowo oblicza objętość całej bryły lodu, wydrążonego przejścia i różnicę między nimi. lub Uczeń pomylił się jeden raz przy zamianie jednostki lub popełnił jeden błąd rachunkowy oraz wykonał w poprawny sposób jedną z czynności (2) lub (3) konsekwentnie do popełnionego błędu.
2	Uczeń poprawnie oblicza jaki procent wydrążonej bryły lodowej stanowi usunięty lód i na tym poprzestaje – czynność (2). lub Uczeń poprawnie oblicza ile sześcianów powstanie po rozcięciu bryły i na tym poprzestaje – czynność (3). lub Uczeń pomylił się jeden raz przy zamianie jednostki lub popełnił jeden błąd rachunkowy, w prawidłowy sposób wykonał obie czynności (2) i (3), konsekwentnie do popełnionego błędu.
3	Uczeń poprawnie wykonał obie czynności (2) i (3). lub Uczeń poprawnie oblicza liczbę sześcianów oraz ustala wysokość wieży. lub Uczeń pomylił się jeden raz przy zamianie jednostki lub popełnił jeden błąd rachunkowy, w prawidłowy sposób wykonał obie czynności (2) i (3) oraz ustalił wysokość wieży, konsekwentnie do popełnionego błędu.
4	Uczeń prawidłowo wykonał wszystkie obliczenia i udzielił poprawnej odpowiedzi. Lub Uczeń źle zinterpretował określenie "wydrążona bryła", ale wykonał poprawne obliczenia dla usuniętego z bryły elementu.

Zadanie 4 (4 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- **Określenie warunku wyrażającego cenę piłki za pomocą monet dwuzłotowych i pięciozłotowych.**
- **Określenie liczby monet dwuzłotowych i pięciozłotowych spełniających jest ten warunek.**

Propozycje rozwiązania

Propozycja 1

Maciej ma co najmniej po jednej monecie dwuzłotowej i pięciozłotowej.
Badamy czy kwotę pozostałą po odłożeniu jednej monety dwuzłotowej i jednej pięciozłotowej można przedstawić monetami o jednakowym nominale. Sprawdzamy więc czy różnica $46 - (2 + 5) = 39$ jest podzielna przez 2 lub 5. Nie jest podzielna przez żadną z tych liczb, więc pośród pozostałych monet Maciej musi mieć co najmniej po jeszcze jednej monecie każdego rodzaju.
Maciej ma więc na pewno co najmniej po dwie monety dwuzłotowe i dwie pięciozłotowe. Badamy czy resztę można wypłacić monetami o jednakowym nominale. Zatem sprawdzamy czy różnica $46 - 2 \cdot (2 + 5) = 32$ jest podzielna przez 2 lub 5. Dzieli się przez 2, bo $32 : 2 = 16$, więc Maciej ma $16 + 2 =$ 18 monet dwuzłotowych oraz 2 monety pięciozłotowe.
Jeśli Maciej ma co najmniej po trzy monety dwuzłotowe i trzy pięciozłotowe badamy różnicę $46 - 21 = 25$. Liczba ta jest podzielna przez 5, bo $25 : 5 = 5$, więc Maciej ma $5 + 3 =$ 8 monet pięciozłotowych oraz 3 monety dwuzłotowe.
Jeśli Maciej ma co najmniej po cztery monety dwuzłotowe i cztery pięciozłotowe badamy różnicę $46 - 28 = 18$. Ponieważ $18: 2 = 9$, więc Maciej ma $9 + 4 =$ 13 monet dwuzłotowych oraz 4 monety pięciozłotowe.
Dla pięciu monet każdego rodzaju różnica wynosi $46 - 35 = 11$ i nie jest podzielna przez dwa, ani przez 5.
Dla sześciu monet każdego rodzaju różnica wynosi $46 - 42 = 4$. Ponieważ $4 : 2 = 2$, więc Maciej ma $2 + 6 =$ 8 monet dwuzłotowych oraz 6 monet pięciozłotowych.
Dla siedmiu monet każdego rodzaju różnica wynosi $46 - 49 = -3$ jest liczbę ujemną, co nie spełnia warunków zadania, gdyż liczba monet nie może być liczbą ujemną.

Propozycja 2

Wprowadzamy oznaczenia:

□ – liczba monet dwuzłotowych.

○ – liczba monet pięciozłotowych.

Zapisujemy równanie

$2 \cdot \square + 5 \cdot \bigcirc = 46$

Podstawiamy za ○ kolejne liczby naturalne większe od 0 i badamy czy różnica $46 - 5 \cdot \bigcirc$ jest liczbą podzielną przez 2.

○ – liczba monet pięciozłotowych	reszta $46 - 5 \cdot \bigcirc$	liczba monet dwuzłotowych (reszta podzielona przez 2) – musi być liczbą naturalną
1	41	–
2	36	**18**
3	31	–
4	26	**13**
5	21	–
6	16	**8**
7	11	–
8	6	**3**
9	1	–

Propozycja 3
Wprowadzamy oznaczenia: x – liczba monet dwuzłotowych. y – liczba monet pięciozłotowych. Zapisujemy równanie $2x + 5y = 46$, stąd $2x = 46 – 5y$, więc $x = 23 – 2{,}5y$. x i y oznaczają liczbę monet, muszą wiec być liczbami naturalnymi. Dla $y = 1$ $x = 23 – 2{,}5 = 20{,}5$ nie jest liczbą naturalną. Widzimy, że tylko, gdy y jest liczba naturalną, parzystą, to x jest liczbą naturalną. Dla $y = 2$ $x = 23 – 5 = 18$ Dla $y = 4$ $x = 23 – 10 = 13$ Dla $y = 6$ $x = 23 – 15 = 8$ Dla $y = 8$ $x = 23 – 20 = 3$ Dla $y = 10$ $x = 23 – 25 = – 2$ – nie jest liczbą naturalną. Dla y będącego kolejnymi liczbami naturalnymi, parzystymi, większymi od 8, x będzie liczbą ujemną, co nie spełnia warunków zadania.
Podanie odpowiedzi: Maciej może mieć: 2 monety pięciozłotowe i 18 monet dwuzłotowych lub 4 monety pięciozłotowe i 13 monet dwuzłotowych lub 6 monet pięciozłotowych i 8 monet dwuzłotowych lub 8 monet pięciozłotowych i 3 monety dwuzłotowe.

Punktacja

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania. Lub Uczeń podaje trzy lub mniej poprawnych odpowiedzi nie uzasadniając ich.
1	Uczeń podaje pełną odpowiedź nie uzasadniając jej. lub Uczeń odejmując kolejne pary monet (2 +5 = 7) bada czy reszta jest podzielna przez 2 lub 5 i wyznacza poprawnie jedną parę liczb będących rozwiązaniem (propozycja 1). lub Uczeń w poprawny sposób, symbolicznie lub za pomocą liter określa warunek wyrażający cenę piłki za pomocą monet dwuzłotowych i pięciozłotowych (propozycja 2). lub Uczeń poprawnie wyznacza jedną parę liczb sprawdzając rachunkowo, że spełnia ona warunki zadania.

2	Uczeń odejmując kolejne pary monet bada czy reszta jest podzielna przez 2 lub 5 i wyznacza poprawnie dwie pary liczb będących rozwiązaniem (propozycja 1). lub Uczeń sprawdzając dla kolejnych liczb naturalnych zapisany warunek, poprawnie wyznacza dwie pary liczb spełniających warunki zadania (propozycja 2). lub Uczeń poprawnie wyznacza dwie parę liczb sprawdzając rachunkowo, że spełniają one warunki zadania.
3	Uczeń odejmując kolejne pary monet bada czy reszta jest podzielna przez 2 lub 5 i wyznacza poprawnie trzy pary liczb będących rozwiązaniem (propozycja 1). lub Uczeń, sprawdzając dla kolejnych liczb naturalnych zapisany warunek, poprawnie wyznacza trzy pary liczb spełniających warunki zadania (propozycja 2). lub Uczeń poprawnie wyznacza trzy pary liczb sprawdzając rachunkowo, że spełniają one warunki zadania.
4	Uczeń odejmując kolejne pary monet bada czy reszta jest podzielna przez 2 lub 5 i wyznacza poprawnie cztery pary liczb będących rozwiązaniem (propozycja 1). lub Uczeń, sprawdzając dla kolejnych liczb naturalnych zapisany warunek, poprawnie wyznacza wszystkie cztery pary liczb spełniających warunki zadania (propozycja 2). lub Uczeń poprawnie wyznacza cztery pary liczb sprawdzając rachunkowo, że spełniają one warunki zadania.

Zadanie 5 (4 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- **Obliczyć o ile przedłużyła się podróż pierwszemu rowerzyście.**
- **Obliczyć po przejechaniu ilu kilometrów pierwszy rowerzysta dogoni drugiego.**

Propozycje rozwiązania

Propozycja 1

Pierwszy rowerzysta poruszał się ze stałą prędkością 30 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, czyli 0,5 km na minutę. Wracając do Bydgoszczy nadłożył 16 km co zajęło mu 32 minuty. Postój w Bydgoszczy trwał 28 minut, więc cała podróż zajęła mu godzinę dłużej, niż gdyby jechał prosto do Gdańska. Możemy więc przyjąć dla dalszych obliczeń, że pierwszy rowerzysta wyjechał z Bydgoszczy godzinę później niż rowerzysta drugi, zatem drugi rowerzysta miał nad pierwszym 25 km przewagi. Pierwszy rowerzysta poruszał się z prędkością o 5 km/h większą niż drugi. W ciągu każdej godziny nadrabiał więc w stosunku do drugiego 5 km i dogonił go po 5 godzinach. Cała podróż trwała więc 6 godzin. Skoro drugi rowerzysta jechał ze stałą prędkością 25 km/h, to odległość między Bydgoszczą, a Gdańskiem wynosi 150 km.

Propozycja 2

Pierwszy rowerzysta poruszał się ze stałą prędkością 30 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, czyli 0,5 km na minutę. Wracając do Bydgoszczy nadłożył 16 km co zajęło mu 32 minuty. Postój w Bydgoszczy trwał 28 minut, więc cała podróż zajęła mu godzinę dłużej, niż gdyby jechał prosto do Gdańska. Rowerzyści do Gdańska wjechali o tej samej godzinie. Możemy więc przyjąć dla dalszych obliczeń, że pierwszy rowerzysta wyjechał z Bydgoszczy godzinę później niż rowerzysta drugi i zbadać po ilu kilometrach dogoni drugiego.

Czas podróży w godzinach	Liczba kilometrów przejechanych przez rowerzystę	
	pierwszego	drugiego
1	0	25
2	30	50
3	60	75
4	90	100
5	120	125
6	**150**	**150**

Po przyjechaniu 150 kilometrów rowerzysta pierwszy dogonił drugiego, więc odległość między Bydgoszczą, a Gdańskiem wynosi 150 km.

Propozycja 3

Pierwszy rowerzysta poruszał się ze stałą prędkością 30 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ Wracając do Bydgoszczy nadłożył 16 km. Zajęło mu to $\frac{16}{30}$ godziny, czyli 32 minuty. Postój w Bydgoszczy trwał 28 minut, więc cała podróż zajęła mu godzinę dłużej, niż gdyby jechał prosto do Gdańska.
Przyjmijmy oznaczenia:
t - czas potrzebny drugiemu rowerzyście na przejazd z Bydgoszczy do Gdańska,
$t - 1$ - czas potrzebny pierwszemu rowerzyście na przejazd z Bydgoszczy do Gdańska,
$t \cdot 25$ - droga jaką pokonał drugi rowerzysta jadąc do Gdańska,
$(t - 1) \cdot 30$ - droga jaką pokonał pierwszy rowerzysta jadąc do Gdańska.

Ponieważ droga do Gdańska jest taka sama dla obu rowerzystów, więc otrzymujemy równanie: $t \cdot 25 = (t - 1) \cdot 30$, $t \cdot 25 : 30 = (t - 1)$, $\frac{5}{6}t = t - 1$, $\frac{5}{6}t - t = 1$ $\frac{1}{6}t = 1$ $t = 6$ Tak więc drugi rowerzysta potrzebował sześciu godzin, żeby dojechać do Gdańska, zatem droga do Gdańska ma długość $t \cdot 25\,\frac{km}{h} = 6\,h \cdot 25\,\frac{km}{h} = 150$ km.
Podanie odpowiedzi: Odległość między Bydgoszczą, a Gdańskiem wynosi 150 km.

Punktacja

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń prawidłowo oblicza czas o który wydłużyła się podróż pierwszemu rowerzyście.
2	Uczeń zauważa, że pierwszy rowerzysta w ciągu każdej godziny nadrabiał więc w stosunku do drugiego 5km (propozycja 1). lub Uczeń poprawną metodą wyznacza ile kilometrów przejechał pierwszy, a ile drugi rowerzysta w czasie kolejnych godzin lecz popełnia błąd rachunkowy (propozycja 2). lub Uczeń w prawidłowy sposób wprowadza potrzebne oznaczenia i układa równanie (propozycja 3)
3	Uczeń zauważa, że cała podróż trwała 6 godzin (propozycja 1). lub Uczeń poprawną metodą wyznacza ile kilometrów przejechał pierwszy, a ile drugi rowerzysta w czasie kolejnych godzin i na tym kończy (propozycja 2). lub Uczeń oblicza poprawnie czas potrzebny jednemu z rowerzystów na dojazd do Gdańska i na tym poprzestaje. lub Uczeń popełnia błąd rachunkowy przy rozwiązywaniu równania i poprawną metodą oblicza odległość między Bydgoszczą, a Gdańskiem, konsekwentnie do popełnionych błędów.
4	Uczeń prawidłowo oblicza odległość między Bydgoszczą, a Gdańskiem.