ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH
I PROPOZYCJA PUNKTACJI ZA ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

	A	B	C	D
Zadanie 1	T	T	N	T
Zadanie 2	N	T	N	T
Zadanie 3	T	T	T	N
Zadanie 4	N	T	N	T
Zadanie 5	N	T	T	T
Zadanie 6	N	T	T	N

Rozwiązania zadań otwartych i punktacja

Uwaga. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie metodą inną niż podana w schemacie rozwiązania, otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.

Zadanie 7 (za 4 punkty)	**Liczba punktów**	**Punkty za:**
Niech S oznacza sumę punktów uzyskanych ze wszystkich 6 testów z uwzględnieniem błędu popełnionego prze nauczyciela. Z informacji o średniej, wiemy że: $\frac{S}{6} = 75,$ więc $S = 6 \cdot 75 = 450.$	1	Wyznaczenie sumy liczby punktów za wszystkie testy w oparciu o podaną średnią 75 punktów
Suma S została zaniżona o 54 punkty, bo $93 - 39 = 54.$	1	Wyznaczenie różnicy między błędną, a faktyczną liczbą punktów za wszystkie testy.
Zatem faktyczna średnia wynosi: $\frac{450 + 54}{6} = 84$	1	Poprawna metoda wyznaczania faktycznej średniej.
Odpowiedź: Faktyczna średnia Jacka za wszystkie testy wynosi 84 punkty.	1	Bezbłędne obliczenia.

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH
I PROPOZYCJA PUNKTACJI ZA ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Zadanie 8 (za 4 punkty)	**Liczba punktów**	**Punkty za:**
Liczby o podanych własnościach to:		
13999	**1**	Po 1 punkcie za każdą liczbę, bez względu na sposób rozumowania.
22999	**1**	
31999	**1**	
40999	**1**	
Ocena za poprawne rozumowanie		
Niech a oznacza liczbę, której suma cyfr wynosi 31, a suma cyfr liczby $a+1$ wynosi 5. Niech n oznacza liczbę 9-tek z prawej strony zapisu dziesiętnego liczby a, aż do pierwszej cyfry od prawej, reprezentującej wartość mniejszą od 9.	**1**	Zauważenie, że liczby o podanych własnościach muszą mieć z prawej strony zapisu dziesiętnego pewną liczbę 9-tek.
Wówczas, jeśli S jest sumą cyfr liczby a, to suma cyfr liczby $a+1$ jest równa $S-9n+1$. Mamy więc równanie: $5 = 31 - 9n + 1$. $9n = 27$ $n = 3$	**1**	Wyznaczenie liczby 9-tek w zapisie dziesiętnym liczby n.
Liczba a jest zatem 5-cyfrowa i suma trzech ostatnich cyfr wynosi 27. Wynika stąd, że suma dwóch początkowych jej cyfr jest równa 4 gdyż: $31 - 27 = 4$ Oznacza to, że pierwsze dwie cyfry od lewej strony zapisu dziesiętnego liczby a dają w sumie 4, przy czym pierwsza cyfra jest różna od 1.	**1**	Wyznaczenie sumy cyfr różnych od 9 w zapisie dziesiętnym liczby a, ale nie wyznaczenie wszystkich liczb.
Mamy więc 4 liczby o podanych własnościach: 13999, 22999, 31999, 40999.	**1**	Wyznaczenie wszystkich liczb.

Uwaga: Jeśli uczeń zauważy, że suma dwóch początkowych cyfr od lewej strony zapisu dziesiętnego liczby a jest równa 4 lub suma dwóch początkowych cyfr od lewej strony zapisu dziesiętnego liczby $a+1$ jest równa 5, to otrzymuje 2 punkty.

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH
I PROPOZYCJA PUNKTACJI ZA ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

<table>
<tr><th>Zadanie 9 (za 8 punktów)</th><th>Liczba punktów</th><th>Punkty za:</th></tr>
<tr><td>

Korzystając z twierdzenia, że suma miar kątów w trójkącie jest równa 180°, wyznaczamy kolejno miary kątów:

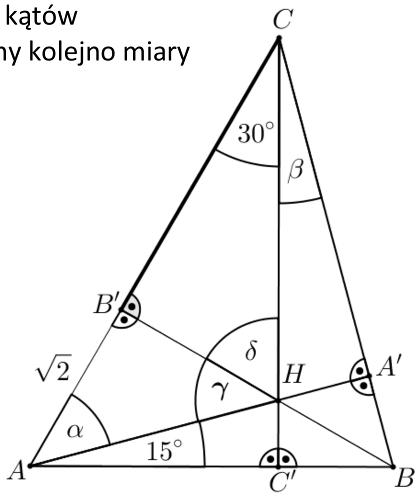
Trójkąt $AC'C$ ma kąty wewnętrzne:

$\alpha + 15°$, $90°$, $30°$.

Stąd:

$\alpha = 180° - (30° + 90° + 15°)$

$\boldsymbol{\alpha = 45°}$



</td><td>1</td><td>Wyznaczenie miary kąta α.</td></tr>
<tr><td>

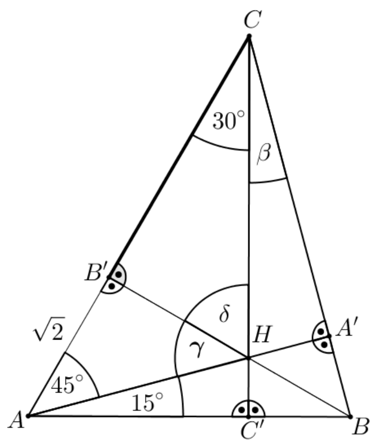
Trójkąt $AA'C$ ma kąty wewnętrzne:

$45°$, $90°$, $30° + \beta$.

Stąd:

$\beta = 180° - (45° + 90° + 30°)$

$\boldsymbol{\beta = 15°}$



</td><td>1</td><td>Wyznaczenie miary kąta β.</td></tr>
<tr><td>

Trójkąt AHB' ma kąty wewnętrzne:

$45°$, γ, $90°$.

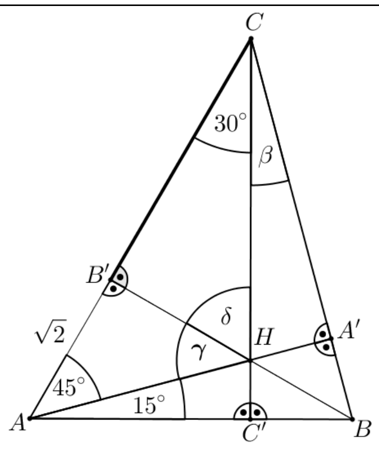
Stąd: $\gamma = 180° - (45° + 90°)$

$\boldsymbol{\gamma = 45°}$

Trójkąt HCB' ma kąty wewnętrzne: δ, $30°$, $90°$.

Stąd: $\delta = 180° - (30° + 90°)$

$\boldsymbol{\delta = 60°}$



</td><td>1</td><td>Wyznaczenie miar kątów γ oraz δ.</td></tr>
</table>

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ ZAMKNIĘTYCH
I PROPOZYCJA PUNKTACJI ZA ROZWIĄZANIA ZADAŃ OTWARTYCH

Długości odcinków $B'H$, $B'C$, $B'B$ można wyznaczyć korzystając z własności trójkątów o kątach wewnętrznych $90°, 45°, 45°$ oraz $90°, 30°, 60°$.		
W trójkącie $AB'H$ $(90°, 45°, 45°)$ mamy: $\lvert B'H\rvert = \lvert B'A\rvert = \sqrt{2}$	**1**	Wyznaczenie długości odcinka $B'H$.
W trójkącie $B'HC$ $(90°, 30°, 60°)$ mamy: $\lvert B'C\rvert = \lvert B'H\rvert \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$	**1**	Wyznaczenie długości odcinka $B'C$.
W trójkącie $B'BC$ $(90°, 45°, 45°)$ mamy: $\lvert B'B\rvert = \lvert B'C\rvert = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$	**1**	Wyznaczenie długości odcinka $B'B$.
Długość odcinka AC jest sumą długości odcinków AB' oraz $B'C$: $\lvert AC\rvert = \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$	**1**	Wyznaczenie długości odcinka AC.
Możemy teraz policzyć pole trójkąta ABC przyjmując za podstawę bok AC : $P = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}) \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ $P = \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3} + 6)$ $P = \frac{1}{2} \cdot 2(\sqrt{3} + 3)$ $P = \sqrt{3} + 3$	**1**	Bezbłędne obliczenie pola trójkąta ABC.
Odpowiedź: (a) $\alpha = 45°, \beta = 15°, \gamma = 45°, \delta = 60°$. (b) $\lvert B'H\rvert = \sqrt{2}$, $\lvert B'H\rvert = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$, $\lvert B'A\rvert = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$. (c) Pole trójkąta ABC wynosi $\sqrt{3} + 3$.		Wyniki nie muszą być podane w najprostszej postaci.