

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki – etap szkolny

Przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji rozwiązań

Ustalenia do punktowania zadań otwartych:

1. Jeśli uczeń przedstawił **obok prawidłowej metody błędną** i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to rozwiązanie traktujemy jako błędne.
2. Jeśli uczeń przedstawił **dwie poprawne metody** rozwiązania, z których jedna zawiera błędy rachunkowe i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to punktujemy drogę, która nie zawiera błędów rachunkowych.
3. Poprzez określenie „obliczył prawidłowo” rozumiemy, że uczeń zastosował prawidłową metodę i nie popełnił błędów rachunkowych.

Za rozwiązanie zadania 1, 2, 3 i 4 przyznajemy maksymalnie 2 punkty.

Za rozwiązanie zadania 5, 6 i 7 przyznajemy maksymalnie 4 punkty.

Wymagamy od ucznia zapisania rozwiązania oraz zapisania lub wskazania, np. przez podkreślenie, odpowiedzi.

Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą, niż zaproponowana w *Propozycjach rozwiązania*, na przewodniczącym komisji spoczywa obowiązek rozstrzygnięcia jej prawidłowości i spójności.

W tabeli punktowania zapisano znak *), który rozumiemy w ten sposób, że jeśli uczeń dociera do danego poziomu z błędami rachunkowymi, przyznajemy o 1 punkt mniej.

Zadanie 1 (2 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Ujednoczenie jednostek.
- Obliczenie skali mapy.

Propozycje rozwiązania za pomocą wielkości proporcjonalnych

Długość odcinka na mapie	Odległość w terenie
5 mm	$\frac{1}{5}$ km
25 mm	1 km
25 mm	1000000 mm
1 mm	40000 mm

Podanie odpowiedzi : Skala tej mapy wynosi 1 : 40000.

lub

Długość odcinka na mapie	Odległość w terenie
5 mm	$\frac{1}{5}$ km
25 mm	1 km
100 mm	40 km
100 mm	4000000 mm
1 mm	40000 mm

Podanie odpowiedzi : Skala tej mapy wynosi 1 : 40000.

Punktacja

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania. lub Rozwiązuje zadanie popełniając błędy rachunkowe.
1	Uczeń poprawnie układa proporcję i ujednocza jednostki. lub Uczeń podaje prawidłową odpowiedź, nie uzasadniając jej.
2	Uczeń prawidłowo oblicza skalę mapy.

Zadanie 2 (2 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń wstawia nawiasy w taki sposób, aby wynikiem działania była podana liczba.

Przykładowe rozwiązanie:

a) $8 \cdot (5 - 12) : 4 - 2 = 5$

b) $9 \cdot (5 - 3)^2 - 3 \cdot 4 = 24$

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje złe odpowiedzi.
1	Uczeń prawidłowo wstawia nawiasy w jednym z działań.
2	Uczeń prawidłowo wstawia nawiasy w obu działaniach.

Zadanie 3 (2 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Dobranie odpowiedniej metody rozwiązania zadania.
- Obliczenie wieku Moniki.

Propozycje rozwiązania

Propozycja 1	Propozycja 2	Propozycja 3
<p>Przedstawienie treści zadania za pomocą grafu, np.</p> <p>Obliczenie wieku Moniki $63 : 4,5 = 14$</p>	<p>Oznaczenie niewiadomej symbolem, np. \bigcirc</p> <p>Ułożenie zależności $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc D = 63$</p> <p>Obliczenie wartości niewiadomej $\bigcirc = 63 : 4,5$ $\bigcirc = 14$</p>	<p>Oznaczenie niewiadomej x – wiek Moniki</p> <p>Ułożenie równania $2,5 \cdot x + 2 \cdot x = 63$</p> <p>Rozwiązanie równania $4,5 \cdot x = 63$ $x = 14$</p>
Podanie odpowiedzi: Monika ma 14 lat.		

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń w prawidłowy sposób przedstawi graficznie zależność zgodnie z treścią zadania (Propozycja 1 lub 2) lub Uczeń prawidłowo ułoży równanie (propozycja 3)..
2	Uczeń poprawnie obliczy wiek Moniki.

Zadanie 4 (2 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Obliczenie ceny roweru po obniżce.
- Obliczenie ceny roweru po podwyżce.

Propozycje rozwiązania

Propozycja 1	
Obliczenie kwoty obniżki 1750 zł – 100% 175 zł – 10% 525 zł – 30%	Obliczenie kwoty podwyżki 1225 zł – 100% 122,50 zł – 10% 367,50 zł – 30%
Obliczenie ceny roweru po obniżce 1750 zł – 525 zł = 1225 zł	Obliczenie ceny roweru po podwyżce 1225 zł + 367,50 zł = 1592,50 zł
Propozycja 2	
Obliczenie kwoty obniżki 30% z 1750 zł, to $0,3 \cdot 1750 \text{ zł} = 525 \text{ zł}$.	
Obliczenie ceny roweru po obniżce $1750 \text{ zł} - 525 \text{ zł} = 1225 \text{ zł}$.	
Obliczenie kwoty podwyżki 30% z 1225 zł, to $0,3 \cdot 1225 \text{ zł} = 367,50 \text{ zł}$.	
Obliczenie ceny roweru po podwyżce $1225 \text{ zł} + 367,50 \text{ zł} = 1592,50 \text{ zł}$.	
Propozycja 3	
Obliczenie ceny roweru po obniżce $0,7 \cdot 1750 \text{ zł} = 1225 \text{ zł}$.	
Obliczenie ceny roweru po podwyżce $1,3 \cdot 1225 \text{ zł} = 1592,50 \text{ zł}$.	
Podanie odpowiedzi: Jesienią rower kosztował 1225 zł, a wiosną 1592,50 zł.	

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń poprawnie oblicza cenę roweru po obniżce. lub Uczeń oblicza cenę roweru po obniżce, a następnie po podwyżce stosując poprawną metodę lecz popełnia błąd rachunkowy i wykonuje dalsze obliczenia konsekwentnie do popełnionego błędu rachunkowego.
2*)	Uczeń poprawnie oblicza cenę roweru po podwyżce.

Zadanie 5 (4 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Obliczenie pól poszczególnych trójkątów.
- Obliczenie pola zamalowanej figury.

Rozwiązanie

Obliczenie pól większych trójkątów:

$$P_1 = P_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 21 \text{ cm}^2.$$

Obliczenie pola małego trójkąta $P_3 = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2.$

Obliczenie pola zacieniowanej figury

$$P_1 + P_2 - P_3 = 21 \text{ cm}^2 + 21 \text{ cm}^2 - 6 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2.$$

Podanie odpowiedzi: Pole zacieniowanej figury wynosi 36 cm^2 .

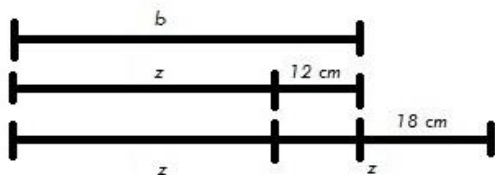
pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń prawidłowo oblicza pole jednego z trójkątów.
2	Uczeń prawidłowo oblicza pole dużych trójkątów rozwartokątnych i małego trójkąta.
3	Uczeń oblicza poprawną metodą pole zacieniowanej figury, lecz popełnił błąd rachunkowy w obliczaniu jednego z pól trójkątów i wykonuje obliczenia konsekwentnie do popełnionych błędów. lub Uczeń oblicza poprawną metodą pole zacieniowanej figury, lecz popełnia błąd rachunkowy w dodawaniu lub odejmowaniu.
4	Uczeń prawidłowo oblicza pole zacieniowanej figury.

Zadanie 6 (4 punkty)

Propozycje rozwiązania

Propozycja 1

Przedstawienie treści zadania graficznie.



b – długość warkoczyka Basi

z – długość warkoczyka Zosi o 12 cm krótszego od warkoczyka Basi

Obliczenie na podstawie rysunku długości warkoczyków

Zosi : $12 \text{ cm} + 18 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$, Basi : $30 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 42 \text{ cm}$.

Podanie odpowiedzi: Warkoczek Basi ma długość 42 cm, a warkoczyki Zosi mają po 30 cm.

Propozycja 2			
Długość warkoczyka Basi	Długość warkoczyka Zosi będąca długością warkoczyka Basi pomniejszoną o 12cm	Suma długości warkoczyków Zosi	Suma długości warkoczyków Zosi pomniejszona o 18cm
22	10	20	2
30	18	36	18
40	28	56	38
50	38	76	58
41	29	58	40
42	30	60	42
<p>Uzasadnienie</p> <p>Suma długości warkoczyków Zosi musi być liczbą większą od 18 cm, a długość warkoczyka Basi liczbą większą od 12 cm.</p> <p>Dla długości warkoczyka Basi mniejszej od 40 cm suma długości warkoczyków Zosi pomniejszona o 18cm jest liczbą zbyt małą, a dla długości warkoczyka Basi równej 50 cm suma długości warkoczyków Zosi pomniejszona o 18 cm jest liczbą zbyt dużą. Poprawnego rozwiązania należy więc szukać pomiędzy liczbami 40, a 50. Warunki zadania spełnione są , gdy długość warkoczyka Basi jest równa 42 cm.</p>			
<p>Podanie odpowiedzi: Warkoczyk Basi ma długość 42 cm, a warkoczyki Zosi mają po 30 cm.</p>			
Propozycja 3			
<p>Oznaczenie niewiadomej: b - długość warkoczyka Basi. Ułożenie równania: $b + 18 = 2 \cdot (b - 12)$. Rozwiązanie równania: $b = 42$ cm. Obliczenie długości warkoczyka Zosi: $42 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$.</p>			
<p>Podanie odpowiedzi: Warkoczyk Basi ma długość 42 cm, a warkoczyki Zosi mają po 30 cm.</p>			

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	<p>Uczeń poprawnie przedstawi graficzną interpretację zadania.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń podaje tylko poprawną odpowiedź.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłowo podejmuje próbę rozwiązania zadania – przyjmuje niepoprawną długość warkoczyków Basi i Zosi i sprawdza dla podanych liczb wszystkie warunki zadania.</p>
2	<p>Uczeń prawidłowo oblicza, na podstawie interpretacji graficznej zadania, długość warkoczyka Basi lub Zosi.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłowo wyznacza długość warkoczyków metodą prób i błędów, podejmuje trzy próby podania rozwiązania, podaje prawidłową długość warkoczyków Basi i Zosi, lecz nie uzasadnia wyboru i nie sprawdza dla podanych liczb warunków zadania.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłowo oznacza niewiadomą i poprawnie układa równanie (propozycja 3).</p>
3	<p>Uczeń prawidłowo oblicza, na podstawie interpretacji graficznej zadania, długość warkoczyka Basi lub Zosi.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń oblicza długość warkoczyków Basi i Zosi, lecz popełnia błąd rachunkowy.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłowo rozwiązuje równanie i poprawnie oblicza długość warkoczyka Basi lub Zosi.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłowo wyznacza długość warkoczyków metodą prób i błędów, podejmuje trzy próby podania rozwiązania, podaje prawidłową długość warkoczyków Basi i Zosi oraz uzasadnia swój wybór i sprawdza dla podanych liczb warunki zadania.</p>
4	Uczeń poprawnie oblicza długość warkoczyków Basi i Zosi.

Zadanie 7 (4 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Matematyzacja sytuacji opisanej w zadaniu.
- Obliczenie liczby harcerzy i harcerek.

Propozycje rozwiązania

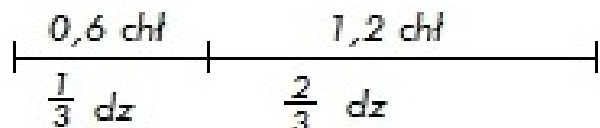
Propozycja 1			
Liczba harcerzy	$\frac{3}{5}$ liczby harcerzy	Liczba harcerek (98 – liczba harcerzy)	$\frac{1}{3}$ liczby harcerek
5	3	93	31
10	6	88	$\frac{88}{3}$
15	9	83	$\frac{83}{3}$
20	12	78	29
25	15	73	$\frac{73}{3}$
30	18	68	$\frac{68}{3}$
35	21	63	21

Uzasadnienie

Liczba harcerzy musi być liczbą podzielną przez 5. Sprawdzamy warunki zadania dla wielokrotności liczby 5. Liczba harcerek musi być liczbą podzielną przez 3, a $\frac{1}{3}$ liczby harcerek liczbą równą $\frac{3}{5}$ liczby harcerzy. Warunki te spełnione są, gdy liczba harcerek wynosi 63, a liczba harcerzy 35. Widzimy, że jeśli liczba harcerzy rośnie, wzrasta też $\frac{3}{5}$ liczby harcerzy, a maleje liczba harcerek i co za tym idzie $\frac{1}{3}$ liczby harcerek. **Liczba harcerzy i harcerek jest liczbą naturalną, jest to więc jedyne możliwe rozwiązanie.**

Podanie odpowiedzi: W drużynie są 63 harcerek i 35 harcerzy.

Propozycja 2



$\frac{1}{3}$ liczby harcerek = 0,6 liczby harcerzy, to oznacza, że

liczba wszystkich harcerek = 1,8 liczby harcerzy,

ponieważ

liczba harcerzy + liczba harcerek = liczba członków drużyny, więc

liczba harcerzy + 1,8 liczba harcerzy = liczba członków drużyny,

2,8 liczby harcerzy = 98

liczba harcerzy = 35 liczba harcerek $98 - 35 = 63$

Podanie odpowiedzi: W drużynie są 63 harcerki i 35 harcerzy.

Propozycja 3

Oznaczenie niewiadomej:

x – liczba harcerek.

Uzależnienie liczby harcerzy od liczby harcerek:

$\frac{5}{9} \cdot x$ – liczba harcerzy.

Ułożenie równania:

$$x + \frac{5}{9} \cdot x = 98.$$

Rozwiązanie równania:

$$x = 63.$$

Obliczenie liczby harcerzy $\frac{5}{9} \cdot 63 = 35$.

Podanie odpowiedzi: W drużynie są 63 harcerki i 35 harcerzy.

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	<p>Uczeń oznacza liczbę harcerzy i w prawidłowy sposób uzależnia od niej liczbę harcerek lub odwrotnie (liczba wszystkich harcerek = 1,8 liczby harcerzy lub liczba wszystkich harcerzy = $\frac{5}{9}$ liczby harcerek)</p> <p>lub</p> <p>Uczeń podaje tylko poprawną odpowiedź.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłowo podejmuje próbę rozwiązania zadania – przyjmuje niepoprawną liczbę harcerzy i harcerek i sprawdza dla podanych liczb wszystkie warunki zadania.</p>
2	<p>Uczeń układa równanie z jedną niewiadomą zgodnie z treścią zadania. (Propozycja 2 lub 3).</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłowo podejmuje dwie próby rozwiązania zadania – przyjmuje niepoprawną liczbę harcerzy i harcerek i sprawdza dla podanych liczb wszystkie warunki zadania.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłowo oblicza liczbę harcerzy i harcerek metodą prób i błędów, podejmuje trzy próby podania rozwiązania, podaje prawidłową liczbę harcerzy i harcerek, lecz nie uzasadnia wyboru i nie sprawdza dla tych liczb warunków podanych w zadaniu.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń rozwiązuje równanie poprawną metodą lecz popełnia błąd rachunkowy w wyniku którego otrzymuje liczbę harcerek lub harcerzy nie będącą liczbą całkowitą i pomimo popełnionych błędów rachunkowych konsekwentnie wykonuje dalsze obliczenia.</p>
3	<p>Uczeń rozwiązuje równanie poprawną metodą lecz popełnia błąd rachunkowy oraz oblicza liczbę harcerek i harcerzy konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń rozwiązuje równanie poprawnie i na tym poprzestaje.</p>
4	<p>Uczeń prawidłowo oblicza liczbę harcerek i harcerzy (Propozycja 2 lub 3).</p> <p>lub</p> <p>Uczeń prawidłową metodą oblicza liczbę harcerzy i harcerek metodą prób i błędów, podejmuje co najmniej trzy próby podania rozwiązania, podaje prawidłową liczbę harcerzy i harcerek oraz uzasadnia swój wybór i sprawdza dla podanych liczb czy spełniają warunki zadania.</p>