

Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki - etap rejonowy

Przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji rozwiązań

Ustalenia do punktowania zadań:

1. Jeśli uczeń przedstawił **obok prawidłowej metody błędną** i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to rozwiązanie traktujemy jako błędne.
2. Jeśli uczeń przedstawił **dwie poprawne metody** rozwiązania, z których jedna zawiera błędy rachunkowe i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to punktujemy drogę, która nie zawiera błędów rachunkowych.
3. Poprzez określenie „obliczył prawidłowo” rozumiemy, że uczeń zastosował prawidłową metodę i nie popełnił błędów rachunkowych.

Za rozwiązanie każdego z zadań przyznajemy maksymalnie 4 punkty.

Wymagamy od ucznia zapisania rozwiązania oraz zapisania lub wskazania, np. przez podkreślenie, odpowiedzi.

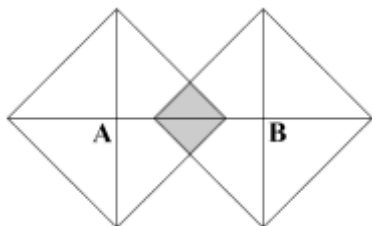
Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą, niż zaproponowana w *Propozycjach rozwiązania*, na przewodniczącym komisji spoczywa obowiązek rozstrzygnięcia jej prawidłowości i spójności.

Zadanie 1

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Obliczenie długości przekątnej zaciętego kwadratu.
- Obliczenie pola zaciętego kwadratu.

Propozycje rozwiązania



Propozycja 1	Propozycja 2
<p>Obliczenie długości połowy przekątnej dużego kwadratu $12\text{cm} : 2 = 6\text{cm}$.</p> <p>Obliczenie długości przekątnej zamalowanego kwadratu $6\text{cm} + 6\text{cm} - 8\text{cm} = 4\text{cm}$.</p> <p>Obliczenie pola zaciętego kwadratu z zastosowaniem wzoru na pole rombu $P = \frac{1}{2} \cdot 4\text{cm} \cdot 4\text{cm} = 8\text{cm}^2$</p>	<p>Obliczenie długości połowy przekątnej dużego kwadratu $12\text{cm} : 2 = 6\text{cm}$.</p> <p>Obliczenie długości przekątnej zamalowanego kwadratu $6\text{cm} + 6\text{cm} - 8\text{cm} = 4\text{cm}$.</p> <p>Obliczenie pola zaciętego kwadratu jako sumy czterech trójkątów prostokątnych, równoramiennej o ramieniu długości 2cm $P = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 8\text{cm}^2$</p>

Podanie odpowiedzi : Pole zaciętego kwadratu wynosi 8cm^2 .

Punktacja

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń prawidłową metodą oblicza długość połowy przekątnej dużego kwadratu. Na tym poprzestaje. lub Uczeń poprawną metodą oblicza długość przekątnej zamalowanego kwadratu. W obliczeniach popełnia błąd rachunkowy.
2	Uczeń prawidłowo oblicza długość przekątnej zamalowanego kwadratu. Na tym poprzestaje. lub Uczeń wykonuje rysunek i podaje pole bez wykonywania obliczeń. Nie określa jednostki.
3	Uczeń prawidłowo oblicza pole zaciętego kwadratu. Nie określa jednostki. lub Uczeń wykonuje rysunek i wyznacza pole bez wykonywania obliczeń. Prawidłowo określa jednostkę.
4	Uczeń podaje poprawną odpowiedź z uwzględnieniem jednostki.

Zadanie 2

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania trzy trudności :

- Obliczenie liczby osób stojących i siedzących.
- Obliczenie liczby ławek dwuosobowych.
- Obliczenie liczby ławek trzyosobowych.

Propozycje rozwiązania:

Propozycja 1	Propozycja 2	Propozycja 3
<p>Obliczenie liczby osób stojących i siedzących $420 : 4 = 105$ $105 \cdot 3 = 420$, Zatem osób stojących jest 105, a siedzących 315. Obliczenie liczby osób, które siedziałyby, gdyby wszystkie ławki były dwuosobowe $137 \cdot 2 = 274$. Obliczenie liczby pozostałych, siedzących osób $315 - 274 = 41$ Zauważenie, że jest to liczba ławek trzyosobowych. Obliczenie liczby ławek dwuosobowych $137 - 41 = 96$</p>	<p>Obliczenie liczby osób stojących i siedzących $420 : 4 = 105$ $105 \cdot 3 = 420$, Zatem osób stojących jest 105, a siedzących 315. Obliczenie liczby osób, które siedziałyby, gdyby wszystkie ławki były trzyosobowe $137 \cdot 3 = 411$. Obliczenie liczby osób, spośród 411, dla których zabrakło miejsc siedzących $411 - 315 = 96$ Zauważenie, że jest to liczba ławek dwuosobowych. Obliczenie liczby ławek trzyosobowych $137 - 96 = 41$</p>	<p>Obliczenie liczby osób stojących i siedzących $420 : 4 = 105$ $105 \cdot 3 = 420$, Zatem osób stojących jest 105, a siedzących 315. Oznaczenie niewiadomych: x liczba ławek dwuosobowych $137 - x$ liczba ławek trzyosobowych Ułożenie równania $2x + 3(137 - x) = 315$ Rozwiązanie równania $x = 96$ Obliczenie liczby ławek trzyosobowych $137 - 96 = 41$</p>

Podanie odpowiedzi : Przygotowano 41 ławek trzyosobowych i 96 ławek dwuosobowych.

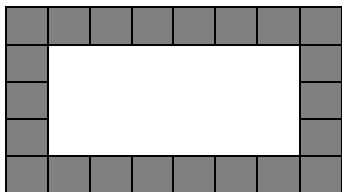
pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	<p>Uczeń prawidłowo wyznacza liczbę osób stojących i siedzących lub</p> <p>Uczeń poprawną metodą oblicza liczbę osób, które siedziałyby, gdyby wszystkie ławki były dwuosobowe. W obliczeniach popełnia błędy rachunkowe. Na tym poprzestaje. lub</p> <p>Uczeń poprawną metodą oblicza liczbę osób, które siedziałyby, gdyby wszystkie ławki były trzyosobowe. W obliczeniach popełnia błędy rachunkowe. Na tym poprzestaje. lub</p> <p>Uczeń oznacza za pomocą niewiadomej liczbę ławek dwuosobowych oraz oznacza liczbę ławek trzyosobowych w zależności od tej niewiadomej.</p>
2	<p>Uczeń poprawnie oblicza liczbę osób, które siedziałyby, gdyby wszystkie ławki były dwuosobowe (propozycja 1). lub</p> <p>Uczeń poprawnie oblicza liczbę osób, które siedziałyby, gdyby wszystkie ławki były trzyosobowe (propozycja 2). lub</p> <p>Uczeń w poprawny sposób układa równanie(propozycja3).</p>
3	<p>Uczeń poprawnie oblicza liczbę pozostałych, siedzących osób (propozycja 1). lub</p> <p>Uczeń poprawnie oblicza liczbę osób dla których zabrakło miejsc siedzących (propozycja 2). lub</p> <p>Uczeń w poprawny sposób, rozwiązuje równanie i oblicza liczbę ławek dwuosobowych lub trzyosobowych. Na tym poprzestaje(propozycja3). lub</p> <p>Uczeń w poprawny sposób rozwiązuje równanie i oblicza ile jest ławek dwuosobowych oraz ile trzyosobowych. W obliczeniach popełnia błędy rachunkowe.</p>
4	<p>Uczeń zauważa, że liczba pozostałych, siedzących osób to liczba ławek trzyosobowych(propozycja 1) oraz poprawnie oblicza liczbę ławek trzyosobowych. Podaje odpowiedź. lub</p> <p>Uczeń zauważa, że liczba pozostałych, siedzących osób to liczba ławek dwuosobowych (propozycja 2) oraz poprawnie oblicza liczbę ławek dwuosobowych. Podaje odpowiedź. lub</p> <p>Uczeń w poprawny sposób rozwiązuje równanie i oblicza ile jest ławek dwuosobowych oraz ile trzyosobowych oraz podaje odpowiedź(propozycja3).</p>

Zadanie 3

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Ustalenie jakie mogą być wymiary obrazka wewnątrz ramki
- Obliczenie jakie pole może mieć obrazek.

Propozycje rozwiązania



Propozycja 1

Ramka składa się z 26 kwadratów.

Odejmujemy 4 narożne.

$$26 - 4 = 22$$

Zatem obwód prostokąta stanowiącego obrazek wewnątrz ramki wynosi 22 cm.

Obrazek może mieć następujące wymiary:

1cm x 10cm, 2cm x 9cm, 3cm x 8cm, 4cm x 7cm, 5cm x 6cm.

Pole obrazka wynosi:

$$P = 10\text{cm}^2 \text{ lub } P = 18\text{cm}^2 \text{ lub } P = 24\text{cm}^2 \text{ lub } P = 28\text{cm}^2 \text{ lub } P = 30\text{cm}^2.$$

Propozycja 2

Ramka może mieć następujące wymiary zewnętrzne:

3cm x 12cm, 4cm x 11cm, 5cm x 10cm, 6cm x 9cm, 7cm x 8cm.

Obrazek może mieć następujące wymiary:

1cm x 10cm, 2cm x 9cm, 3cm x 8cm, 4cm x 7cm, 5cm x 6cm.

Pole obrazka wynosi:

$$P = 10\text{cm}^2 \text{ lub } P = 18\text{cm}^2 \text{ lub } P = 24\text{cm}^2 \text{ lub } P = 28\text{cm}^2 \text{ lub } P = 30\text{cm}^2.$$

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń poprawnie ustala, że obwód prostokąta stanowiącego obrazek wewnątrz ramki wynosi 22 cm. lub Uczeń poprawnie ustala wymiary zewnętrzne ramki. lub Uczeń poprawnie wymienia co najmniej 3 liczby stanowiące pole prostokąta, nie uzasadniając swojego wyboru.
2	Uczeń poprawnie wymienia co najmniej 3 (nie powtarzające się) możliwości wymiarów obrazka.
3	Uczeń poprawnie wymienia wszystkie 5 (nie powtarzające się) możliwości wymiarów obrazka. lub Uczeń poprawnie oblicza co najmniej 4 pola prostokąta stanowiącego obrazek wewnątrz ramki.
4	Uczeń poprawnie oblicza wszystkie pola prostokąta stanowiącego obrazek wewnątrz ramki.

Zadanie 4

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Obliczenie liczb spełniających podane warunki
- Obliczenie jakim procentem większej liczby jest mniejsza.

Propozycje rozwiązania

Propozycja 1

Uzasadnienie słowne:

Gdy większa liczba dzieli się przez mniejszą bez reszty, to suma tych liczb jest równa 64. Ponieważ pierwsza liczba jest trzy razy większa od drugiej, zatem $64 : 4 = 16$, więc mniejsza liczba to 16, a większa to $16 \cdot 3 + 2 = 50$.

Obliczenie jakim procentem większej liczby jest mniejsza

$$\frac{16}{50} = \frac{32}{100} = 32\%.$$

Propozycja 2

Oznaczenie niewiadomych: x liczba większa $66 - x$ liczba mniejsza

Ułożenie równia zgodnego z warunkami zadania

$$x = 3(66 - x) + 2$$

Rozwiązanie równania $x = 50$. Obliczenie mniejszej liczby $66 - 50 = 16$.

Obliczenie jakim procentem większej liczby jest mniejsza $\frac{16}{50} = \frac{32}{100} = 32\%$.

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	Uczeń słownie lub za pomocą wyrażenia zapisuje, że gdy większa liczba dzieli się przez mniejszą bez reszty, to suma tych liczb jest równa 64. Na tym poprzestaje. lub Uczeń poprawnie ustala związek pomiędzy liczbami i układa równanie. Na tym poprzestaje. lub Uczeń podaje obie liczby będące rozwiązaniem zadania bez uzasadnienia i nie oblicza jakim procentem większej liczby jest mniejsza.
2	Uczeń poprawną metodą oblicza obie liczby. W obliczeniach popełnia błędy rachunkowe. lub Uczeń poprawnie oblicza jedną liczbę. lub Uczeń podaje obie liczby będące rozwiązaniem zadania bez uzasadnienia i oblicza jakim procentem większej liczby jest mniejsza.
3	Uczeń poprawnie oblicza jedną liczbę, obliczając drugą poprawną metodą popełnia błąd rachunkowy oraz oblicza jakim procentem większej liczby jest mniejsza konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych. lub Uczeń poprawnie oblicza drugą liczbę.
4	Uczeń poprawnie oblicza jakim procentem większej liczby jest mniejsza.

Zadanie 5

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Ustalenie związku pomiędzy liczbą głów, nóg i liczbą zwierząt
- Ustalenie liczby zwierząt w schronisku

Propozycje rozwiązania**Propozycja 1**

Wielokrotność liczby 5 i wielokrotność liczby 3 muszą razem być równe 100.

Wielokrotności liczby 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95.

Wielokrotności liczby 3: ,6,9,12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99.

Kotów jest więcej niż papug, więc w schronisku może być 17 kotów i 5 papug, 14 kotów i 10 papug lub 11 kotów i 15 papug.

$$17 + 5 = 22, \quad 22 : 3 = 7 \text{ r.1}$$

$$14 + 10 = 24, \quad 24 : 3 = 8$$

$$11 + 15 = 26, \quad 26 : 3 = 8 \text{ r.2}$$

Ponieważ kotów i papug jest trzykrotnie więcej niż psów, więc liczba kotów i papug musi być podzielna przez 3, zatem kotów jest 14, papug 10, a psów 8.

Podanie odpowiedzi: W schronisku jest 8 psów, 14 kotów i 10 papug .

Propozycja 2

x – liczba kotów

y – liczba papug

$$5x + 3y = 100$$

Kotów jest więcej niż papug, więc w schronisku może być 17 kotów i 5 papug, 14 kotów i 10 papug lub 11 kotów i 15 papug.

$$17 + 5 = 22, \quad 22 : 3 = 7 \text{ r.1}$$

$$14 + 10 = 24 \quad 24 : 3 = 8$$

$$11 + 15 = 26 \quad 26 : 3 = 8 \text{ r.2}$$

Ponieważ kotów i papug jest trzykrotnie więcej niż psów, więc liczba kotów i papug musi być podzielna przez 3, zatem kotów jest 14, papug 10, a psów 8.

Podanie odpowiedzi: W schronisku jest 8 psów, 14 kotów i 10 papug .

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń podaje tylko odpowiedź lub wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1	<p>Uczeń formułuje słownie tezę, że wielokrotność liczby 5 i wielokrotność liczby 3 muszą razem być równe 100.</p> <p>lub</p> <p>Uczeń poprawnie ustala związek pomiędzy liczbą głów i nóg u kotów i papug oraz liczbą 100, np. $5x + 3y = 100$</p> <p>lub</p> <p>Uczeń tylko podaje co najmniej dwie pary liczb określających liczbę kotów i papug, z których jedna jest wielokrotnością liczby 3, druga wielokrotnością liczby 5, a których suma jest równa 100, bez określenia związku pomiędzy tymi wielkościami w postaci słownej lub wzoru .</p> <p>lub</p> <p>Uczeń podaje odpowiedź do zadania bez uzasadnienia lub z błędnym uzasadnieniem.</p>
2	Uczeń podaje co najmniej dwie pary liczb określających liczbę kotów i papug, z których jedna jest wielokrotnością liczby 3, druga wielokrotnością liczby 5, a których suma jest równa 100 oraz określa związek pomiędzy tymi wielkościami w postaci słownej lub wzoru .
3	Uczeń poprawnie wskazuje liczbę kotów i papug i uzasadnia swój wybór.
4	Uczeń poprawnie oblicza liczbę psów i podaje odpowiedź .